

Chapitre 01B : Guide de conduite des séances

Calcul littéral : identités remarquables, Niveau 3^e

Document professeur (version détaillée du 2026-07-09) pérenne (aucune référence à l'emploi du temps d'une année donnée)

SOMMAIRE

0. Cadre temporel : indépendant de l'emploi du temps	1	S6. Factoriser : le bloc répété, puis le photographe (format A, 55 min)	25
0 bis. Ce que ce guide doit à la recherche en didactique	2	S7 : Classer quatre cas-frontières, puis juger la copie de Louise (format B, 55 min)	28
0 ter. Matrice P1–P2 et audit P9 du chapitre	4	S8 : De cas vérifiés à deux preuves générales (format B, 55 min)	30
1. Vue d'ensemble	5	S9 : Retour d'Arthur, preuves comparées et Brevet 5 (format B, 55 min)	34
2. Matériel et logistique du chapitre	7	S10 : Retour du Brevet 6, choix de forme et question-pont (format B, 55 min)	37
3. Le diagnostic de S0, item par item	8	S11 : Contrôle (50 min sur un créneau de 55)	40
4. Fiches de conduite détaillées	9	5. Rituels permanents (affichables)	41
S0 : Lancement, diagnostic et la nature d'une expression (55 min)	9	6. Script de remédiation : les 6 erreurs majeures du chapitre	42
S1 : Double distributivité, démontrée (format A, 55 min)	12	7. Vocabulaire exigé à l'oral (au fil des séances)	42
S2. TD développer : vitesse, mixtes, et un premier programme (format B, 55 min)	15	8. Suivi et évaluation formative en continu	42
S3. Du tableau à la preuve : $(a+b)^2$ (format A, 55 min)	17	9. Pilotage : marges, priorités, imprévus	43
S4 : Un même carré, deux identités restantes (format A, 55 min)	20	10. Ce que ce guide suppose en place	44
S5. Le calcul malin : la récompense (format B, 55 min)	22		

Ce guide est conçu pour être *le seul document ouvert pendant la séance* : chaque fiche contient le script, les questions orales, les énoncés utilisés avec leurs réponses éclair, le plan de tableau et la trace écrite mot à mot. Il complète le Plan de travail (le quoi) et s'appuie sur : la feuille de route du TD version prof (socle surligné : 1.3, 2.4, 3.3, 3.6, 4.1, 5.1, 5.4, 9.1), le contrôle V3 audité, l'audit des durées (`audit_difficulte_parcours.md`), les formats A/B et rituels du modèle didactique 3^e.

Garde-fou officiel du chapitre (cité dans le Point de départ du cours) : « aucune virtuosité calculatoire n'est attendue ». La difficulté de ce chapitre ne vient jamais de la longueur des expressions : elle vient des pièges (à commencer par la fausse identité $(a+b)^2 = a^2 + b^2$) et des démonstrations. Toute la conduite ci-dessous en découle : on ne gonfle jamais une série pour « occuper », on met en scène une erreur ou on construit une preuve.

0. Cadre temporel : indépendant de l'emploi du temps

Ce guide décrit une suite linéaire de créneaux-types de 55 min. L'horaire réglementaire de 3^e est de *3 h 30 hebdomadaires* : la séquence doit être recalée sur l'EDT réel (durée des créneaux, groupes, jours fériés). Quatre créneaux ne sont qu'un repère lorsque l'EDT les fournit ; les séances S0 à la dernière séance se déroulent dans l'ordre, sans supposer une distribution hebdomadaire fixe.

Budget du chapitre : 12 créneaux, soit environ 3 semaines. C'est le premier chapitre de calcul littéral de l'année : il prépare le chapitre 02 (équations produit), étudié après Thalès direct. *Le contrôle consomme un créneau plein* (S11 : 50 min d'épreuve + battement), compté dans les 12 ; le retour de copies occupe les 10 premières minutes du créneau suivant (ouverture du chapitre suivant, Thalès direct), pas un créneau de plus. **Cap de tempo** : au soir de S8, le socle et la sélection R programmée ont été mis en travail ; Arthur est repris à l'ouverture de S9, puis le Brevet 6 réellement rendu ouvre S10. Les tâches H restent une banque et ne remplacent jamais ces retours.

Trois principes de placement, valables pour n'importe quel emploi du temps.

- S'il existe un bloc double** (deux séances consécutives) : y coupler une séance d'apport et sa séance d'entraînement (S1+S2, S3+S4, S6+S7). S'il n'y en a pas, rien ne change : les couples fonctionnent aussi à un ou deux jours d'écart.
- Le contrôle** (50 min) se place sur un créneau simple, de préférence le *dernier de la semaine* : copies corrigables

avant le créneau suivant ; retour de copies = les 10 premières minutes de la séance d'après (ouverture du chapitre suivant, Thalès direct).

3. Jamais une séance de découverte (S1, S3, S4, S8) juste avant une coupure (week-end, vacances) si la consolidation ne peut pas suivre dans les 48 h : les représentations comparées de S3 et la démonstration de S8 doivent être exploitées « à chaud ».

Recalage annuel (la seule chose à faire à chaque rentrée) : reporter S0 → S11 sur les créneaux réels en respectant ces trois principes, et mettre à jour les valeurs millésimées ($2026^2 - 2025^2$ en 4.4 d). Tout le reste du guide est stable.

0 bis. Ce que ce guide doit à la recherche en didactique

Les principes retenus éclairent la conduite, mais ils ne prouvent pas qu'un scénario minuté est optimal dans cette classe. On distingue donc trois statuts : **[S] principe établi** (constat ou description effectivement rapporté par la recherche), **[T] transposition raisonnée** (adaptation au contenu de 3^e) et **[D] décision locale à évaluer** (minutage, fréquence, seuil ou organisation). Les lignes roses signalent un repère à interroger ; elles ne valent pas validation expérimentale locale. Dans la table, le principe relève de [S] ; le choix de conduite et son emplacement relèvent de [T], et tout dosage chiffré de [D].

Transposition ou décision du guide	Principe retenu	Trace concrète dans ce chapitre
Ouvrir les séances d'entraînement par une gamme courte, chronométrée au minuteur visible, sans calculatrice, puis corrigée immédiatement ; distinguer cette fluence d'un diagnostic fermé et de la première construction d'une notion	[S] Une tradition d'enseignement, décrite dans un contexte culturel donné, articule vitesse, précision et pratique. [T] Ici, la fluence est testée comme réactivation ; le chrono n'est ni une preuve de compréhension ni l'objectif unique. [D] On maintient, allège ou déchronomètre selon l'exactitude et la verbalisation observées. Le premier tri 1.1 comporte 4 minutes individuelles mais se poursuit par un neriage ; il n'est pas réduit à une correction éclair.	2.1 (identités, 6 min), 3.1 et 4.1 (calcul malin, 5 min) ; S0 distingue diagnostic fermé et recherche 1.1
Construire chaque séance d'apport autour d'UNE SEULE situation consistante (et non d'une liste d'exercices) ; laisser le cheminement utile (données, essais, productions retenues, relations et preuve) écrit au tableau jusqu'à la synthèse	[S] La leçon japonaise se déroule en cinq temps : poser le problème, recherche des élèves, discussion collective, synthèse, puis exercice ou prolongement. C'est ce dernier temps, et non la synthèse, qui est explicitement donné comme optionnel selon le temps disponible. Les enseignants expérimentés font un usage élaboré du tableau. [T] « Rien ne s'efface avant la synthèse » est la transposition locale retenue ici, non un constat.	S1 (démontrer $k = a + b$), S3 (expliquer puis prouver $(a + b)^2$) , S4 (les preuves d'aires), S8 (trois entiers consécutifs)
Dérouler les séances d'apport en quatre phases articulées : question d'amorce (hatsumon), recherche puis circulation sans corriger (kikan-shidō), mise en commun ordonnée (neriage), synthèse écrite jamais sacrifiée (matome)	Pendant la recherche, le professeur circule pour comprendre et sélectionner : il choisit avant la mise en commun les réponses réellement disponibles et leur ordre, afin que la comparaison construise le savoir sans figer d'avance leurs auteurs.	Fiches S1/S3/S4/S8 ; ordre de passage fonctionnel en S3 et S8
Avant chaque séance de découverte, anticiper les fonctions mathématiques de plusieurs réponses possibles (plus ou moins complètes, éventuellement erronées) et prévoir les relations à rendre visibles ; pendant la séance, sélectionner seulement parmi ce qui existe réellement	La préparation porte sur les contrastes nécessaires au but mathématique, sans quota artificiel de réponses ni d'erreurs. Une voie indispensable absente peut être reconstruite collectivement ou proposée par le professeur sous l'étiquette T ; elle n'est jamais maquillée en copie d'élève.	Rubrique « Anticipation » et distinction R/T de chaque fiche
Lorsqu'une erreur réelle est mathématiquement féconde, la rendre inspectable sans humilier son auteur et la faire examiner par la classe ; si l'enseignant veut soumettre une affirmation qui n'est pas apparue, la marquer T	Le questionnement reste focalisant : même problème, demandes de justification et comparaison des raisonnements. L'erreur est un matériau possible, non une étape obligatoire ni une croyance attribuée d'avance à la classe.	S2 (erreur ou T), S4 (votes de 2.4), S7 (copie de Louise) ; script partie 6
Travailler par familles d'exercices où UNE SEULE chose change à la fois (la donnée, le sens, l'habillage), et clore chaque famille par le rituel verbalisé par les élèves : « qu'est-ce qui change ? qu'est-ce qui ne change jamais ? »	Enseignement par variation (bianshi) : on ne discerne l'essentiel que si le non-essentiel varie sur fond d'invariant. Trois formats : un problème, plusieurs solutions ; un énoncé, plusieurs variations ; plusieurs énoncés, une méthode.	2.3 (une forme développée, plusieurs lectures), 3.3 (12 pièges, une méthode : le photographe), Brevets 3 et 6 (même squelette développer/factoriser/choisir)

Transposition ou décision du guide	Principe retenu	Trace concrète dans ce chapitre
Intercaler une marche entre l'exemple résolu et l'exercice autonome : exemple à trous (« À toi de compléter ») rempli en direct, et chaque règle redémontrée au tableau par un élève avant toute application	Progression par paliers réglés (pu dian) : régler la distance entre l'acquis et le nouveau, ni saut, ni sur-guidage. L'exemple à trous est la marche intermédiaire, absente de la plupart des photocopies.	Les exemples « À toi de compléter » du cours $((3x - 2)(4x + 5), (3x - 8)^2, 81x^2 - 4)$; $k = a + b$ redémontrée par un élève en S2 ; preuves d'aires refaites en S3-S4
Sur tout résultat géométrique, exiger la figure (le découpage, les aires nommées) AVANT d'écrire l'égalité : « le dessin d'abord, le calcul ensuite »	Représenter avant de calculer libère la mémoire de travail et rend visible la structure ; une preuve par découpage se lit d'un coup d'œil là où la formule reste opaque. Le coût en mémoire de travail des deux voies, méthode du modèle et voie littérale, a été étudié en détail.	Preuve d'aires de $(a + b)^2$ (S3), du carré évidé $(a - b)^2$ et du découpage $a^2 - b^2$ (S4) ; nappe (5.7) et jardin (Brevet 7)
Sur les vrais/faux et les copies fautives, faire voter toute la classe à main levée AVANT d'ouvrir la moindre justification ; exiger un contre-exemple chiffré pour chaque « faux »	Les conceptions doivent être exprimées pour être traitées ; le vote engage toute la classe avant l'explication. Un contre-exemple réfute ; aucun nombre d'exemples ne prouve : c'est un objectif d'apprentissage en soi.	2.4 b, f, g en S4 (vote item par item, re-vote), 4.5 a, c en S5, 3.6 Louise en S7 (vote « a-t-elle juste ? »)
Installer des gestes métacognitifs nommés et outillés : ici « le photographe » (combien de termes ? des carrés ? le double produit ?) et le contrôle raisonné : redévelopper pour établir l'identité ; substituer pour chercher un désaccord, sans jamais prendre un accord ponctuel pour une preuve	La métacognition s'enseigne par étiquetage explicite des actes ; à force d'entendre les questions du professeur, l'élève les intériorise, la voix du maître devient sa voix intérieure (le « professeur intérieur »).	Le photographe (S6, affiché ensuite), puis la distinction réfutation / preuve par 3.6 en S7 ; rituels partie 5
Insérer des énoncés dont le résultat brut n'est PAS la réponse, « la perte ne dépend pas de la taille », un résultat qui vaut 0, ou une factorisation dont le statut dépend des outils disponibles, et laisser vivre la fausse piste avant de la confronter	Sans entraînement explicite, l'élève « suspend le sens » : il applique une procédure sans se demander si le résultat répond à la question. On le met en évidence en comparant des paires d'énoncés, l'un standard, l'autre réaliste. L'interprétation et la portée exacte d'un verdict sont des contenus à part entière.	4.5 (contrôler sans calculer, S5), 7.2 (le terrain : la perte est toujours 25 m^2), contraste $x^2 - 13 / x^2 + 81$ (S7), question d'interprétation au contrôle (Ex. 4 b)
Clore chaque calcul littéral par un retour dont le statut est explicite : redévelopper pour établir une factorisation pour toute valeur ; éventuellement substituer une valeur simple pour détecter un désaccord, jamais pour conclure d'un accord ponctuel	[S] Dans les manuels étudiés, l'étape de retour (la vérification) est inégalement explicitée. [T] Le guide distingue la preuve générale du contrôle numérique dans les modèles et les productions. [D] Le rituel est maintenu seulement s'il améliore la détection et l'explication des erreurs.	Redéveloppement dans les exemples du cours ; 3.6 (la copie de Louise) institutionnalise la distinction réfuter / prouver ; les substitutions $x = 1$ de 2.2 et 3.2 sont des contrôles ponctuels ; en 3.3, le contrôle est un redéveloppement
Consacrer les dix premières minutes de la séance qui suit tout contrôle à UNE erreur réelle anonymisée, reformulée par les élèves puis généralisée ; coder toutes les copies et exiger une correction de copie écrite et vérifiée	Jiangping (Shanghai) : le début de séance exploite le travail corrigé (rappel, présentation de l'erreur, co-construction, généralisation). Le cahier d'erreurs personnel (recopier l'erreur, la correction et le pourquoi) est ici une transposition locale d'usages observés dans certains contextes chinois.	Fiche S11 (codes N/D/F/P/C) ; les 10 premières minutes du chapitre suivant (Thalès direct) ; ses fluences d'ouverture
Ne donner à la maison que du déjà-entraîné (jamais une notion neuve), et exploiter systématiquement ce qui revient : chaque devoir indique dès sa distribution la séance où il sera corrigé et utilisé	[S] Les élèves interrogés attribuent au devoir six fonctions, améliorer la compréhension des concepts, réviser et s'entraîner, améliorer la résolution de problèmes, préparer le contrôle, s'auto-évaluer et apprendre de ses erreurs, étendre ses connaissances, et ces six fonctions sont la conséquence directe de l'intention pédagogique affichée par le professeur en donnant le devoir. [T] D'où la règle locale : donné sur du connu, toujours exploité au retour ; une notion découverte seule à la maison et un devoir jamais corrigé annulent l'effet.	Colonne « Maison » de chaque fiche ; variantes et retours explicites des sujets Brevet 3, 5 et 6
Étiqueter chaque exercice par sa fonction (M minimum de tous / R niveau du contrôle / H au choix), traiter les drills en classe, et fournir des auto-tests corrigés que l'élève exploite seul avant de demander de l'aide	Conception de manuels chinois : exemples résolus commentés, pratique graduée et auto-évaluation ; l'auto-test intervient seulement après l'apprentissage des contenus qu'il mobilise.	Parcours M/R/H du TD ; microtest partie 3 après S4, QCM en S10 ; corrigé du TD distribué en S9, après la reprise d'Arthur, sous contrat d'usage

Transposition ou décision du guide	Principe retenu	Trace concrète dans ce chapitre
Avant le contrôle, faire vivre les conditions réelles de l'épreuve (temps limité, sans calculatrice) et faire juger des corrections d'élèves par la classe avec la question-grille : « cette copie aurait-elle tous les points ? »	La familiarité avec les types d'items réduit l'anxiété (« je ne paniquerai pas ») ; l'évaluation de performance suppose observation et jugement adossés à des critères explicites, et l'auto-évaluation figure parmi les stratégies alternatives effectivement expérimentées à Singapour.	S9 (Brevet 5 en conditions, à la grille), S10 (retour réel du Brevet 6 + annonce structurée de l'exigible)

0 ter. Matrice P1–P2 et audit P9 du chapitre

Les tableaux ci-dessous sont des traces d'audit, non des quotas : une ligne renvoie à un élément effectivement présent et permet d'observer le palier atteint.

Notion ou méthode	Prérequis réactivé	Variation organisée (P1/P2)	Palier observable
Nature d'une expression	Priorités, distributivité simple	Somme/produit sous écritures visibles ou camouflées ; même valeur, deux natures	Tri 1.1 S0 → opposé/distributivité 1.2 → choix développer/factoriser
Double distributivité	Distributivité simple, égalité	Cas numérique puis lettres ; signes $+/ -$; règle conjecturée puis démontrée	S1 preuve → S2 preuve restituée → TD 1.3–1.5
Identités et factorisation	Carré, aire, facteur commun	Trois identités dans les deux sens, formes camouflées, facteur commun avant identité	Carré agrandi S3 → exemple guidé → 3.3/3.4 et 4.4

Dimension P9	Élément réel du chapitre	Trace à observer
Concepts	Expression, terme/facteur, identité, égalité et équivalence de deux écritures	Cours parties 1–3 ; traces S0–S4
Techniques	Développer, réduire, factoriser, reconnaître une identité, substituer pour contrôler	TD parties 1–4 ; gammes S0–S10, sans anticipation
Processus	Deux preuves de $(a + b)^2$, deux voies pour Arthur, résolution d'un programme créé	S3 ; TD/corrigé 5.1 et bloc de création
Métacognition	Question « qu'ai-je / que veux-je ? » ; redéveloppement pour établir une identité ; valeur test pour chercher un désaccord	S0, copie de Louise 3.6, corrections
Attitudes	Ne pas confondre exemples et preuve, verbaliser une erreur de signe, choisir une voie argumentée	Programme d'Arthur, vrais/faux, grilles S7–S10

1. Vue d'ensemble

#	Format	Titre	Cœur de séance	Maison (donné → exploité à)
S0	lancement	Retour 01A + la nature	retour du contrôle 01A (0–10), flash hérité 01A 3.3 b)–d) , diagnostic fermé, 1.1 recherché puis comparé , carré agrandi seulement dévolu	bloc R : 1.2 a)–c) ciblé ; M s'arrête avant 1.2 c) ; réparation du contrôle → S2 ; tableau du carré → S3
S1	A	Double distributivité, démontrée	même Kadai pour tous : réfutation → quatre produits → preuve par $k = a + b$; 1.3 a, b, d et sortie	bloc R : 1.3 c), e)–h) + 1.4 a) ; M traite seulement 1.3 e)–h)
S2	B	TD développer	chrono 1.3 e–h, preuve de S1 réexposée puis variée, Kadai 1.4 C avec réponses complètes comparées , programme 5.3	bloc R : 1.4 b), d) ; M traite seulement b) ; Brevet 1 différé après S7
S3	A	Du tableau à la preuve : $(a + b)^2$	données préparées → conjecture ; recherche de découpages ; comparaison des aires ; preuve algébrique pour tous les réels ; 2.1 a, b, h	bloc ordinaire R : 2.1 a), b), h) + 2.2 a), M sans 2.2 ; fin de semaine 1 légère en remplacement
S4	A	Un même carré, deux identités restantes	recherche sur le carré partagé ; lectures de $(a - b)^2$ et de $a^2 - b^2$; preuve algébrique pour tous réels ; 2.4 b, f, g voté ; sortie contrastée	bloc R : fin de 2.1 + 2.2 c), e), g) + 2.4 a), c), d), e) ; M : fin de 2.1 seulement
S5	B	Le calcul malin (la récompense)	4.1, cinq minutes fixes , puis Kadai : identité possible ou outil réellement économique ? Comparer $10,1 \times 9,9$ et 38×998 ; transfert 4.4 d ; 4.5 a, c	bloc R : 4.2 a)–f), 4.3 a)–c), 4.5 b), d) ; M : 4.2 a), c), e) et 4.5 b), d)
S6	A	Factoriser : le bloc répété, puis le photographe	famille $F_1 - F_3$; factorisation valide ou extraction poursuivie ; preuve par redéveloppement ; ouverture de 2.3	bloc R : 3.1 ciblé + 2.3 a) deux expressions + 3.2 A + 3.5 entier ; M sans 3.2 A ni les deux dernières lignes
S7	B	Quatre cas-frontières + la copie de Louise	même classement sur 3.3 f, i, h, j : ordre, deux routes, limite provisoire, identité non applicable ; 3.6 Louise distingue réfutation et preuve	bloc R : 3.3 a)–e), g), k), l) + 3.4 a), b) ; M : a), c), g), l) + 3.4 a) ; fin de semaine 2 légère en remplacement
S8	B	Cas vérifiés → deux preuves générales	5.4 trois entiers consécutifs : portée du tableau, choix du premier entier ou du milieu, variation à quatre entiers	bloc R : 5.1 a)–d) + 5.2 ; M s'arrête après 5.1 ; 5.5 reste fermé jusqu'au Kadai de S9
S9	B	Reprise d'Arthur + preuve comparée + Brevet	comparaison de productions réelles de 5.1, puis distribution du corrigé ; 5.5 comme problème unique ; Brevet 5 en conditions + auto-correction à la grille	Gammes S9 + Brevet 6 → reprise S10 ; 5.6 facultatif H
S10	B	Retour, choix de forme + question-pont	Brevet 6 réellement repris ; trois formes comparées sans vainqueur imposé ; 4.1 à durée fixe ; 9.1 $x^2 - 9 = 0$ avec frontière de preuve ; identité / équation ; annonce du contrôle	Mémo actif + Gammes S10 + QCM + une seule reprise ciblée A/B/C ; Brevet 7–9 facultatif H
S11	évaluation	Contrôle (50 min)	gabarit V3 en vigueur ; codes N/D/F/P/C	correction de copie exigée (carnet d'erreurs) ; fin de semaine 3 : week-end sujet, Brevet 3

Après chaque séance, la série courte de la fiche est proposée dans le créneau maison retenu, à l'intérieur du budget du paragraphe 2 : « *Gammes du soir* » (5 questions faisant tourner M1, 00, 01, 01A, les acquis de 4^e et le geste 01B déjà enseigné, réponses fournies retournées), voir la doctrine du travail maison dans la partie 2. Aucun sujet Brevet complet n'est faisable avant la factorisation : le premier week-end est donc léger (30 min de reprise/carnet ou repos). Le deuxième l'est aussi : le Brevet 3 demande le choix de forme (modèle V1, vu en S10) et le corrigé du TD pour se corriger (ouvert en S9) ; le week-end sujet vient donc en fin de semaine 3. Ces variantes remplacent le travail ordinaire ; elles ne s'y cumulent pas.

Cap de tempo (décision professeur) : au soir de S8, le socle et la sélection R programmée ont été rencontrés ; Arthur revient dix minutes en S9 parce que son devoir corrigé fermé fait partie de l'apprentissage, non d'une banque à expédier. S9 fait vivre le Brevet 5 en conditions ; S10 exploite le Brevet 6 réellement rendu, puis construit la frontière vers le chapitre 02. Le Brevet 9 reste H : une tâche au-dessus du niveau du contrôle ne remplace pas le retour promis

d'un travail R. Si une séance déborde, on coupe dans le drill ou la banque, jamais dans la recherche, le neriage, le matome ni le retour annoncé.

Compétences officielles travaillées (repère pour le bulletin et les observations) :

Compétence	Où elle se joue dans le chapitre
Chercher	la démonstration $k = a + b$ (S1), les découpages de $(a + b)^2$ (S3), la conjecture au tableur (S8) ; recherche individuelle avant tout échange
Modéliser	5.4 / 5.5 / Brevet 5 (traduire « impair », « consécutifs » en littéral) ; 7.1 (énergie), 7.2 (terrain) ; 9.1 (équation)
Représenter	preuves d'aires : $(a + b)^2$, carré évidé, découpage $a^2 - b^2$ (S3-S4) ; nappe (5.7), jardin (Brevet 7), mosaïque (cours)
Raisonner	2.4 vrai/faux (contre-exemples) ; 4.5 (invalider sans calculer) ; 5.1 / 5.4 (une liste finie ne couvre pas une affirmation sur tous les entiers) ; le photographe
Calculer	gammes 1.1 / 2.1 / 3.1 / 4.1 ; 1.3, 2.2, 3.3 ; le calcul malin (identités au service de la vitesse)
Communiquer	rédaction-type « Soit $n...$ Or... Donc » (S8) ; Brevet à la grille (S9-S10) ; verbalisation des invariants ; votes justifiés

1 bis. Croisement TD ↔ séances, et voie rapide associée

Chaque exercice conduit en classe est situé dans une séance précise (sa consigne « ☞ Prof » du TD version prof donne la conduite ; la fiche de séance donne le contexte) ; la colonne de droite dit où envoyer immédiatement celui qui a fini : toujours dans le même thème, jamais « attends les autres ».

Exercice (conduite : ☞ TD prof)	Séance · phase	Pour celui qui a fini (dans l'ordre)
1.1 tri somme/produit	S0 · ph. 5-6	Justifier un item non encore discuté, puis inventer une somme de produits et un carré trompeur ; ne pas lire les formules futures
1.3 double distributivité (a-d)	S1 · ph. 4	bloc S1 : c), puis e)-h), puis 1.4 a) ; M traite seulement e)-h) ; 1.5 reste le prolongement
1.5 démonstration $k = a + b$	S1 · ph. 3 (préparée) → S2	2.7 « la formule de $(a + b + c)^2$ » (H), seulement à partir de S3 : même astuce du bloc
5.3 le programme au carré	S2 · ph. 4	expliquer le cas particulier $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$, puis 1.5 (preuve par blocs) ; ne pas ouvrir 2.6 (H) avant S5
2.1 gammes identités	S3 · ph. 5	en S3 : a), b), h) ; bloc S4 : c), e), i), puis d), f), g) en ligne Terminer ; les neuf items M sont ainsi couverts
2.2 avec coefficients	soirs de S3-S4, bloc R	a) après S3 ; c), e), g) après S4 ; 2.3 attend la séance de factorisation ; 2.5 a)-b) reste H optionnel
2.4 vrai/faux voté	S4 · ph. 5	b), f), g) votés en classe ; a), c), d), e) dans le bloc R du soir : couverture 7/7
4.1 chrono calcul malin	S5 · ph. 1	4.2 a)-f) dans le bloc R, puis 8.1 (défi : $n^2 - 9$ premier)
4.3 aire entre deux carrés	bloc R après S5	a)-c) en entier ; le M s'arrête avant 4.3
4.4 les champions (montée mise en classe)	S5 · ph. 2-5	8.5 a) (casser 24 999 999 sans calculatrice), puis 8.5 b)
4.5 contrôler sans calculer	S5 · ph. 6	7.1 énergie du freinage $((2v)^2)$: le piège en situation)
3.1 facteur commun	S6 · ph. 2	bloc R : 3.2 A et les six lignes de 3.5 ; puis 3.2 C ; 3.3 attend S7
3.3 quatre cartes classées	S7 · ph. 2-5	bloc R : 3.3 a)-e), g), k), l), puis 3.4 a)-b) ; 3.7 a) reste H facultatif
3.6 la copie de Louise	S7 · ph. 6	inventer une « copie fausse » jumelle et préciser si le contrôle proposé réfute ou prouve
5.4 trois entiers consécutifs	S8 · ph. 2-7	5.2 (programmes A/B), puis le bloc de création après 5.1 ; 5.5 reste fermé jusqu'au Kadaï de S9
5.1 programme d'Arthur	devoir après S8, puis S9 · ph. 1	5.2 (programmes A/B), puis Brevet 8 (produit des voisins)
Brevet 6 : trois formes et choix argumenté	S10 · ph. 1-2	Brevet 9 (H), seulement après la révision essentielle
9.1, question-pont vérifié / conjecturé / démontré	S10 · ph. 4-5	9.2 Ninon vs Grégory (H), sans utiliser une propriété non établie

Filière d'avance permanente (élèves rapides ou en avance sur le chapitre), règles valables à tout moment :

1. **Pendant une recherche** (S1, S3, S4, S8) : jamais « passe à la suite », la consigne est toujours « trouve une DEUXIÈME preuve » (algébrique vs géométrique ; développement vs factorisation) ou « prépare-toi à présenter au tableau ». L'avance se convertit en profondeur.
2. **Pendant une gamme ou une série** : la colonne de droite du tableau ci-dessus, toujours un prolongement du même thème (2.5, 2.7, 3.7, 8.5, et 4.6 « le carré gagne » pour qui a fini le calcul malin ; 1.5 et 4.4 sont désormais R car conduits en classe, mais peuvent fournir une seconde preuve ou l'item a) non conduit), jamais un autre chapitre.
3. **À partir de S5 et jusqu'au contrôle** : la banque « Pour aller plus loin » (partie 8 du TD) en fond de classe autonome, dans l'ordre 8.1 → 8.2 → 8.3, puis 8.4, 8.5 et 8.6 (la machine à triplets pythagoriciens, écho du ch. 01A), avec le contrat : sans aide, sans note, sécher est prévu. Jalons : 8.1 (un carré presque premier) et 8.2 (la preuve sans mots) : offrir dix minutes de présentation au tableau à qui vient à bout de 8.3 (l'expression conjuguée, Prép. 2^{de}).
4. **Chapitre entièrement fini** : le cran ultime, **produire** : inventer un 13^e piège pour 3.3, une « copie fausse » jumelle de Louise, un sujet « jumeau » de Brevet avec son corrigé. Un élève qui sait fabriquer l'exercice a dépassé l'exercice.
5. **Tutorat** : possible mais jamais imposé ni par défaut, un rapide n'est pas un assistant ; s'il aide un camarade, c'est en posant les trois questions du photographe, pas en donnant la factorisation.

2. Matériel et logistique du chapitre

- **Photocopies** : poly de cours + TD distribués à S0 (un par élève) ; fiche « Gammes du soir » du chapitre distribuée à S0 avec le poly (elle se colle au début du cahier d'exercices, à côté de la Charte signée au ch. 00) ; **Mémo** distribué à S10 seulement (effet « objet de révision ») ; sujet de contrôle à S11 ; corrigé du TD conservé fermé jusqu'à la reprise d'Arthur, puis distribué en S9 sous contrat d'usage. Ce placement préserve une première recherche sans modèle tout en outillant le travail autonome de la fin du chapitre. **Contrat d'usage du corrigé**, énoncé à la distribution et non négociable : 1) on cherche et on rédige d'abord, on ouvre le corrigé après, jamais l'inverse ; 2) on compare, on identifie son erreur, et si c'est une erreur de fond elle va au carnet d'erreurs ; 3) les encadrés « copie modèle » servent à juger sa propre rédaction (« ma copie aurait-elle tous les points ? ») ; 4) le Brevet du soir se rédige toujours corrigé fermé, vérification ensuite. Fondement : les manuels chinois fournissent les réponses des auto-tests précisément pour que l'élève cherche son erreur seul avant de demander. Signal d'alerte : des devoirs soudain sans ratures.
- **Organisation des supports élève** : deux cahiers + un carnet. Cahier de cours : la trace écrite de chaque séance, datée, recopiée depuis le tableau dans l'ordre du cheminement, le tableau japonais (bansho) est conçu pour être recopié : la trace raconte comment on a su, pas seulement quoi savoir ; les polys s'y collent. Cahier d'exercices : gammes, TD, Brevets du soir, pour les Brevets du soir, pas de brouillon : on rédige directement comme au DNB. Carnet d'erreurs (transposition locale d'usages observés de retour sur les devoirs ; à évaluer sur la qualité des corrections) : après chaque contrôle et chaque microtest raté, l'élève y consigne l'énoncé en une ligne, SON erreur, la correction, et « je m'étais trompé parce que... » ; il se remplit à partir du premier contrôle et se relit avant chacun des suivants. Les deux erreurs qui remplissent ce carnet dans ce chapitre : $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ et la confusion $a^2 - b^2 / (a - b)^2$.
- **Le tableau (bansho) : zonage standard de l'année**, annoncé dès S1 et identique à chaque séance d'apport, GAUCHE : le problème et les données (et la zone brouillon, seule zone effaçable) ; CENTRE : les productions d'élèves, affichées dans l'ordre choisi pendant la circulation, y compris les fausses (barrées, jamais gommées) ; DROITE : la comparaison puis l'institutionnalisation (la trace). Trois règles d'usage : 1) rien ne s'efface avant la synthèse, le tableau est la mémoire collective du raisonnement ; en fin d'heure, un élève doit pouvoir le lire et reconstruire le chemin ; 2) copie différée, pendant la recherche et la mise en commun on ne copie pas, on pense ; on ne copie que la synthèse, à la fin ; 3) **les représentations ne valent que reliées** : une figure d'aires et une formule côte à côte n'aident que si on trace explicitement le lien (« quel morceau du dessin est le $2ab$? »). Le plan de tableau de chaque séance d'apport est préparé avant la séance (bansho keikaku). Les douze tableaux idéaux de ce guide existent aussi en grand format dans le document séparé TableauxProjection (paysage, un tableau par page), à projeter en vérification de synthèse ou en secours ; le tableau vivant à la craie reste la norme : c'est sa construction devant les élèves qui porte le raisonnement, pas son état final.
- **Ardoises** (ou demi-feuilles réutilisées) : indispensables aux votes de S4 et aux flashes de sortie de S1, S3, S4, S7. En S3, elles recueillent le développement final sans transformer la construction de la preuve en sondage d'opinion.
- **Minuteur visible** pour le temps individuel du tri 1.1 (4 min, suivi d'une comparaison et non d'un simple corrigé), puis pour les gammes 2.1 (6 min), 3.1 (5 min), **4.1 le calcul malin (5 min fixes)** et les 10 min du Brevet 5 en conditions en S9. Sur le calcul malin, relever à durée fixe le nombre d'élèves ayant au moins 6 réponses correctes sur 8, puis 8 sur 8 ; reprendre exactement cet indicateur en S10. On mesure une progression d'exactitude sous contrainte stable, non un vague « temps de la classe ».
- **Affiche « le photographe »** (A3 ou reproduction au tableau) à partir de S6 : combien de termes ? les extrêmes sont-ils des carrés ? le milieu est-il le double produit ? : elle reste affichée jusqu'au contrôle.

- **Salle info ou tableau projeté** pour S8 (5.4 : conjecturer la divisibilité par 3), à défaut, un tableau au vidéoprojecteur suffit.
- **Cahier de bord prof** : noter à chaque séance les 2–3 erreurs réellement observées (elles nourrissent la fluence suivante et le retour de contrôle).
- **Plan de classe pour la circulation (kikan-shido, kit K3)** : imprimer le plan de la salle avec les fonctions P anticipées de la fiche-sommet ; noter pendant la circulation les réponses réellement observées R1–Rk, leur degré d'achèvement et les liens possibles, puis décider l'ordre du neriage. Les catégories ne désignent ni des niveaux d'élèves ni des erreurs obligatoires. Première mise en place en S0, réutilisée aux sommets S1, S3, S4, S5, S8.
- **Budget observable du travail maison [D]** : décision locale à évaluer sur quatre semaines. Les trois étages restent Apprendre (relecture active), Gammes du soir (réactivation autocorrigée) et Faire (déjà entraîné), mais ils sont pilotés par un plafond, non par un quota uniforme. Le parcours *M vise 35–40 min* et peut s'arrêter au seuil en laissant une trace de recherche, jamais pénalisée ; le parcours *R vise 40–50 min* ; le parcours *H est optionnel* et ne crée aucune dette de travail. *Aucun soir ne dépasse 60 min* : rien ne déborde au soir suivant et aucun exercice n'est ajouté pour « rattraper ». Les deux premiers week-ends sont légers : aucun sujet Brevet complet ne peut précéder la factorisation, et le Brevet 3 attend le choix de forme (modèle V1, S10) et le corrigé ouvert (S9) ; le week-end sujet vient donc en fin de semaine 3. Dans les deux cas, la variante annoncée remplace le travail ordinaire et ne crée jamais une seconde charge cumulative. Pendant quatre semaines, le cahier de bord relève la durée réelle (M/R), les arrêts au seuil et deux retours d'élèves ; le dosage est ensuite maintenu, allégé ou déplacé. L'intérêt de la reprise et du retour sur erreur est établi ; ce calibrage chiffré reste une décision locale à tester.
- **Flash hebdomadaire et couture 01A → 01B** : en ouverture de S0, le flash formatif de 5 min reprend exactement la structure de **3.3 b)–d)** du chapitre 01A (sens inverse : retrouver *k*), avec des données éventuellement changées ; il remplace toute autre fluence et n'est pas noté sauf annonce préalable avec critères et possibilité de reprise. Les codes réels R/A/K/D/U du contrôle 01A, connus seulement après correction, pilotent ensuite les trois premières séances : en S0, l'erreur anonymisée est choisie dans un code dominant ; en S1 puis S2, une question brève issue du code dominant encore fragile **remplace** un item de la fluence prévue, sans s'y ajouter. Le professeur inscrit dans le cahier de bord le code repris et le résultat observé. Après S4, les flashes possibles sont choisis parmi les items de 2.2 effectivement travaillés, puis **3.4 a** après S7. La fiche S11 désigne à son tour l'exercice **5.4** légué au chapitre suivant.
- **Ramassage rotatif** : reconduit du ch. 00 : *3–5 cahiers d'exercices observés à chaque séance*, dans un ordre affiché (chaque élève passe environ toutes les deux semaines) ; on y regarde la trace de recherche (gammes cochées, essais, ratures, Brevets rédigés corrigé fermé), jamais la propreté, « un travail avec des ratures est un bon travail ».

3. Le diagnostic de S0, item par item

Les 10 automatismes du poly (p. 2) servent de radiographie silencieuse. Ce chapitre a un socle de prérequis étroit et précis : distributivité simple, réduction, opposé d'une expression, facteur commun (acquis de 4^e). Lecture des échecs :

Item échoué	Ce que cela signale	Remédiation immédiate
1) $3(x - 4)$ (rép. $3x - 12$)	distributivité simple non acquise → prérequis-socle du chapitre	interroger ces élèves en priorité en S1 ; renvoi 1.2 a)
2) réduire $6x + 5 - 4x + 2$ ($2x + 7$)	termes semblables non regroupés	1.2 c) en classe ; les envoyer au tableau
3) opposé de $7 - 2x$ ($-7 + 2x$)	le signe – ne change qu'un terme (piège $-7 - 2x$)	1.2 b) en priorité ; c'est l'erreur du contrôle Ex. 1 b
4) $2^3 \times 2^4$ ($2^7 = 128$)	reprise ch. 01 (règles des puissances)	noter les noms ; hors socle 01B, mais utile en 5.6
5) $\frac{42}{56}$ ($\frac{3}{4}$)	reprise ch. 01 (irréductible)	réactivation express en ouverture ; sans gravité ici
6) 0,0035 en NS ($3,5 \times 10^{-3}$)	reprise ch. 01 (notation scientifique)	idem ; témoin de rémanence
7) $(-5)^2$ vs -5^2 (25 ; -25)	rôle des parenthèses / du signe	drill le fera revenir ; annonce le piège $(2x)^2$ vs $2x^2$
8) factoriser $4x + 28$ ($4(x + 7)$)	pas de réflexe du facteur commun → prérequis de S6	3.1 en classe les interroge ; les repérer dès maintenant
9) $x^2 - 3x$ pour $x = -2$ ($4 + 6 = 10$)	substitution + signes : outil de vérification du chapitre	sera réinvesti à chaque « je vérifie $x = 1$ » ; noter les noms
10) triangles semblables : angles (égaux)	reprise 01A	sans lien direct ; simple entretien de la mémoire

Seuil d'alerte : un élève qui échoue aux items 1, 2, 3, 8 (le **bloc algèbre de 4^e** : distribuer, réduire, opposer, factoriser) relève du parcours M intégral + suivi rapproché (voir section 9). Noter la liste dès S0 : ce sont eux qu'il faudra tenir sur la ligne des quatre produits signés en S1 et sur le facteur commun en S6.

4. Fiches de conduite détaillées

S0 : Lancement, diagnostic et la nature d'une expression (55 min)

Objectif élève. Réactiver les acquis de 4^e ; identifier l'opération principale d'une écriture ; distinguer sa structure de sa valeur ; comprendre les parcours M/R/H. **Compétences :** calculer, chercher, communiquer.

Matériel. Copie du contrôle 01A ; poly de cours plié sur la bande-réponses ; TD progressif ; fiche « Gammes du soir » ; une demi-feuille par élève pour le diagnostic ; cahier ; minuteur ; bansho S0 sous les yeux.

Orchestration de la couture. Le retour du contrôle et le flash hérité 3.3 b)–d) du chapitre 01A tiennent dans les 55 minutes : le flash est formatif, dure 5 minutes et remplace toute autre fluence. Préparer avant l'entrée une erreur réelle anonymisée, les codes R/A/K/D/U, le flash et les demi-feuilles. Les supports sont posés face cachée ou pliés ; aucune réponse du diagnostic ne doit être visible avant le ramassage.

Phase 1 (0–10) : Retour du contrôle 01A, réellement intégré

Rendre les copies ; projeter UNE erreur réelle anonymisée. Deux élèves la reformulent, la classe localise la première ligne invalide, répare cette ligne puis formule une règle transférable. Chacun inscrit dans son carnet le code R/A/K/D/U et UNE réparation prioritaire. À 10 minutes, photographier ou reporter le triplet « erreur (réparation) règle », puis effacer : les deux chapitres ne doivent pas se mélanger au tableau. La réparation personnelle est due pour S2, pas le soir même.

Phase 2 (10–15). Flash hérité 01A : 3.3 b)–d), sens inverse

Projeter trois questions de même structure que 3.3 b)–d) du chapitre 01A, avec les données d'origine ou des données changées : retrouver le rapport k à partir d'un rapport d'aires, ou passer d'une aire à l'autre par k^2 . Cinq minutes, formatif par défaut, correction immédiate. Faire écrire d'abord « effet sur les aires : $\times k^2$ », puis conclure ; ne pas ajouter une autre fluence.

Phase 3 (15–17) : Contrat ciblé, sans visite guidée du poly

Faire ouvrir seulement le **Point de départ**. Lire la phrase « aucune virtuosité calculatoire n'est attendue », puis faire pointer les pictogrammes du TD.

Q1. « Quelle différence entre M, R et H ? », Attendu : M = minimum commun et prioritaire ; R = entraînement correspondant aux attendus du contrôle, sélectionné et non cumulatif ; H = approfondissement optionnel. Le dire en trois phrases, sans parcourir tout le poly.

Q2. « Qu'est-ce qui rendra ce chapitre exigeant si ce n'est pas la longueur ? », Attendu : reconnaître une structure, justifier une transformation et contrôler une égalité. Les formules ne sont pas lues : elles seront construites aux séances prévues.

Phase 4 (17–27). Automatismes : un vrai diagnostic fermé

Le poly reste plié sur la bande de réponses. Les 10 questions sont traitées seul, sur demi-feuille, pendant 7 minutes, sans calculatrice. Ramasser toutes les demi-feuilles AVANT de faire retourner la bande-réponses ; laisser ensuite 3 minutes d'auto-vérification silencieuse. Aucun item n'est enseigné pendant ce temps : le professeur code après la séance les réussites et erreurs, notamment le bloc **1, 2, 3, 8**. Une réponse non tentée se distingue ainsi d'une réponse copiée.

Réponses éclair prof : 1) $3x - 12$ 2) $2x + 7$ 3) $-7 + 2x$ 4) $2^7 = 128$ 5) $\frac{3}{4}$ 6) $3,5 \times 10^{-3}$ 7) 25 et -25 8) $4(x + 7)$ 9) $4 + 6 = 10$ 10) égaux deux à deux.

Phase 5 (27–38). 1.1 : recherche puis collecte de réponses

Écrire le **Kadai** : « Sans développer, comment décider si une écriture est une somme ou un produit ? » Quatre minutes seul sur les dix expressions, en entourant l'opération qui porte sur l'expression entière ; trois minutes en binôme pour comparer les justifications ; quatre minutes de collecte. Circuler avec le plan de classe, repérer des fonctions, puis noter au tableau les réponses réelles sous R1, R2, ..., sans nom ni initiales.

Réponses éclair prof : a) somme b) produit c) produit d) somme e) somme f) produit $((2x - 3) \times (2x - 3))$ g) somme h) somme i) produit j) produit.

Point de rigueur. Ici, « dernier calcul » signifie l'**opération principale** : celle qui porte sur l'écriture entière

après lecture des parenthèses et des priorités. Un carré isolé est traité comme un produit parce que $E^2 = E \times E$; sans cette convention explicite, dire « le dernier calcul est un carré, donc un produit » serait illogique.

Phase 6 (38–46). Neriage : quatre fonctions, pas quatre corrections

Ordonner les réponses par fonction :

P1✗ « $(2x - 3)^2$ est une somme parce qu'il y a un signe moins » : conserver l'argument, puis demander si ce signe porte sur l'ensemble ou seulement à l'intérieur du carré ;

P2✓ réécriture $(2x - 3)^2 = (2x - 3) \times (2x - 3)$: elle rend le produit visible ;

P3✗ « $x(x + 1) + 3(x + 2)$ est un produit puisqu'il contient des multiplications » : faire entourer l'addition extérieure ;

P4✓/T proposer explicitement au tableau $5(x + 4) = 5x + 20$ pour tout x . Demander : « la distributivité change-t-elle les valeurs obtenues ? change-t-elle la structure écrite ? » Attendu : non pour les valeurs, oui pour l'opération principale ; la première écriture est un produit, la seconde une somme. Cette distributivité simple, déjà acquise, remplace le développement de $(2x - 3)^2$ et ne dévoile aucune identité remarquable.

Q3. « Pourquoi ce tri décide-t-il de l'action à choisir ? », Attendu : développer transforme un produit en somme ; factoriser transforme une somme en produit, sans changer les valeurs obtenues.

Si une fonction manque. Poser une relance publique et inscrire la proposition sous la lettre T. Ne jamais introduire une « copie préparée » présentée comme production d'élève.

Phase 7 (46–49) : Dévolution du carré, réponse différée jusqu'à S3

Lire seulement la situation du potager carré de côté 10 m qui passe à 12 m et l'affirmation de Karim : « l'aire gagne $2^2 = 4 \text{ m}^2$ ». Faire écrire l'expression qui compare les deux aires, sans effectuer le calcul et sans annoncer si Karim a raison. Le tableau numérique et la conjecture sont à préparer pour S3, pas pour S1.

Réponses éclair prof : Attendus réservés à S3, à ne pas afficher : $a=10, b=2$: 144/104, écart 40 ; $a=3, b=4$: 49/25, écart 24 ; $a=5, b=1$: 36/26, écart 10 ; $a=7, b=10$: 289/149, écart 140. Chaque écart vaut $2ab$.

Phase 8 (49–55) : Matome protégé et copie

Faire d'abord formuler la règle par les élèves, la faire amender, puis confronter à la trace. Revenir sur $x(x + 1) + 3(x + 2)$: malgré les produits internes, l'addition porte sur l'expression entière ; c'est une somme. La question du potager reste visible et sans réponse.

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : le problème et le contrat

Kadai : « Sans développer, comment décider si une écriture est une somme ou un produit ? »

Trois parcours : M = minimum pour tous ; R = niveau du contrôle ; H = pour aller plus loin.

Diagnostic : réponses remises avant l'ouverture de la bande de correction.

Question gardée ouverte pour S3 : un carré de côté 10 m passe à 12 m ; l'aire gagnée vaut-elle 2^2 ?

CENTRE : réponses anonymes au tri 1.1

1.1 : $3x + 2$ somme ; $5(x + 4)$ produit ; $x^2 - 9$ somme ; $(2x - 3)^2$ produit (= $(2x - 3)(2x - 3)$)

« $(2x - 3)^2$ est une somme à cause du $-$ »
 ~~$(2x - 3)^2 = (2x - 3) \times (2x - 3)$: le carré est lu comme un produit.~~

« $x(x + 1) + 3(x + 2)$ est un produit » : l'addition porte sur l'ensemble.

T : $5(x + 4) = 5x + 20$ pour tout x ; à gauche un produit, à droite une somme.

DROITE : ce qu'on retient

Opération principale : celle qui porte sur l'écriture entière, après les parenthèses et les priorités.

$+/-$ → somme (des termes)

$\times$ → produit (des facteurs)

$E^2 = E \times E$: un carré se lit comme un produit.

On classe une écriture, pas sa valeur.

PRODUIT $\xrightarrow{\text{développer}}$ SOMME
 SOMME $\xrightarrow{\text{factoriser}}$ PRODUIT

Trace écrite.

À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)

L'opération principale est celle qui porte sur l'écriture entière, une fois les parenthèses et les priorités respectées. Si c'est $+$ ou $-$, l'écriture est une somme de termes ; si c'est $\times$, c'est un produit de facteurs. Un carré se lit comme un produit : $E^2 = E \times E$.

On classe une écriture, pas sa valeur : $5(x + 4)$ est un produit et $5x + 20$ une somme, bien que ces deux écritures aient la même valeur pour tout x . **Développer** transforme un produit en somme ; **factoriser** transforme une somme en produit.

Maison, charge plafonnée. Le bloc familles porte la prescription R complète. Parcours M : apprendre la trace et les six mots terme, facteur, somme, produit, développer, factoriser ; faire les cinq Gammes S0 ; terminer 1.1 si nécessaire ; dans 1.2, traiter a) et les deux premiers opposés de b), puis s'arrêter avant c). Parcours H, optionnel : inventer trois expressions dont une somme de produits et un carré trompeur. La réparation prioritaire du contrôle 01A est due pour S2. Le tableau du « carré qui s'agrandit » et une conjecture sont à préparer pour S3 : ils ne sont pas dus pour S1.

Apprendre par cœur : la trace et les mots terme, facteur, somme, produit, développer, factoriser.

Gammes du soir : bloc « Soir de S0 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Faire : 1.2 a), les deux premiers opposés de 1.2 b), puis 1.2 c).

Faire : compléter le tableau du carré qui s'agrandit, cours p. 2, et écrire une conjecture pour S3.

Retravailler : une erreur codée du contrôle 01A dans le carnet d'erreurs pour S2.

Terminer : 1.1 si nécessaire.

Facultatif : inventer trois expressions à trier, dont une somme de produits et un carré trompeur.

Si retard. Reporter seulement la dévolution du carré ; l'annoncer alors directement pour S3. Le temps individuel du tri, le neriage et le matome sont incompressibles.

Réussite si... chaque élève sait distinguer M/R/H, repère l'opération principale sur f) et h), explique pourquoi E^2 se lit comme un produit et distingue « même valeur » de « même structure ». Après lecture des demi-feuilles, le professeur établit la liste d'appui sur les items 1, 2, 3 et 8 ; elle ne peut pas être déclarée fiable avant ce dépouillement.

Repère didactique : La séance sépare mesure et enseignement : le diagnostic est fermé puis dépouillé, et la comparaison porte sur des réponses réelles. Le bansho conserve erreur, réfutation et relation sans attribuer de réponse fictive. La comparaison $5(x+4) = 5x+20$ mobilise seulement la distributivité acquise et préserve l'inconnue de S3. L'amorce du carré est dévolue puis différée : les données préparées deviennent le matériau public de la conjecture, des représentations et de la preuve.

Kit de conduite : première mise en place. Dès la phase 5, cocher les fonctions sur le plan de classe pour choisir l'ordre de passage. À la synthèse, demander « quelle opération porte sur l'écriture entière ? », faire amender la phrase, puis confronter à la trace. Noter R1–Rk sans identifiant ; toute intervention construite par le professeur porte T.

Variante d'introduction (optionnelle, hors budget) : faire naître la lettre comme abréviation

La lettre du chapitre peut être inventée par la classe plutôt que reçue. Le déroulé prévu en S0–S1 reste la voie par défaut ; voici deux amorces courtes à glisser en S0 ou S1 quand le temps le permet.

A. La lettre comme abréviation (5 pas). (1) « Choisis un nombre, ajoute-le à son double : tu obtiens son triple. Vrai pour 5 ? pour 12 ? pour 3,7 ? » (2) Défi : « écris cette propriété pour n'importe quel nombre, en moins de dix signes, sans le mot "nombre". » (3) Recueillir les productions, dessins ($\square + 2\square = 3\square$), mots tronqués, initiales : toutes légitimes. (4) Révélation : les mathématiciens ont choisi une lettre, et $x + 2x = 3x$ compresse une infinité de phrases en une seule. (5) Relier au « = » d'identité (lecture guidée du cours).

B. Points et allumettes (« devine mon procédé »). Des points en carré, 7 par côté (24 en tout) : « trouve leur nombre sans compter un par un ; écris ton procédé en une expression » ; puis « même figure à 10 par côté, réutilise ton expression ». Cœur du neriage : deviner le procédé de comptage d'un camarade à partir de sa seule expression (6×4 ; $7 \times 2 + 5 \times 2$; $7 \times 4 - 4$; erreur cible $7 \times 4 = 28$, coins comptés deux fois). Variante allumettes (8 carrés en file $\rightarrow$ 25 allumettes : $4 + 3 \times 7$, $4 \times 8 - 7 \dots$), puis 30 carrés : dessiner devient impraticable, l'expression devient nécessaire. Clore par le rituel « qu'est-ce qui change ? qu'est-ce qui ne change jamais ? ».

S1 : Double distributivité, démontrée (format A, 55 min)

Objectif élève. Établir, pour tous réels a, b, c, d , la formule de double distributivité à partir de la distributivité simple, puis l'appliquer sans perdre les signes. **Compétences :** chercher, raisonner, calculer.

Matériel. Cours partie 2 ; TD 1.3 ; ardoises.

Phase 1 (0–8) : Fluence du devoir et reprise d'un code 01A

Projeter d'abord une question brève correspondant au code R/A/K/D/U dominant encore fragile ; elle remplace l'une des trois expressions de 1.2 a), sans allonger la phase. Reprendre ensuite les deux expressions restantes de 1.2 a), puis les deux premiers opposés de 1.2 b).

Réponses éclair prof : $3(2x + 5) = 6x + 15$; $-4x(6 - 3x) = -24x + 12x^2$; $7(3 - x) + 2x = 21 - 5x$; opposé de $5 - 4x$: $-5 + 4x$; opposé de $3x - 7$: $-3x + 7$.

Retour sur le piège de l'opposé (item 3 du diagnostic), sobrement ; la comparaison logique approfondie des affirmations vraies ou fausses est réservée à S4 :

Q1. « Opposé de $5 - 4x$? Que multiplie exactement le nombre -1 ? », Attendu : $-(5 - 4x) = -1(5 - 4x) = -5 + 4x$; le facteur -1 multiplie chacun des deux termes.

Phase 2 (8–19) : Kadai et recherche (hatsumon puis kikan-shidō)

Écrire le Kadai : « Combien de produits faut-il écrire pour développer $(a + b)(c + d)$, et comment le justifier avec la seule distributivité simple ? » Recherche individuelle 4 min, puis binômes 4 min. Pendant la circulation, coder les réponses sans nom, distinguer résultat, recette et preuve, et préparer l'ordre de passage. Ne donner ni les quatre flèches ni la lettre k . Aux rapides : « peux-tu écrire une chaîne d'égalités où chaque passage est justifié par une propriété déjà connue ? »

Phase 3 (19–34). Neriage : réfuter, distinguer procédure et preuve, puis démontrer

La formule est nouvelle, mais elle n'est pas un principe supplémentaire : elle se déduit de la distributivité simple. C'est la première démonstration construite par la classe dans cette progression ; faire nommer les propriétés utilisées.

Anticipation des réponses (ordre de passage) :

P1✗ « $(a + b)(c + d) = ac + bd$ ». Si personne ne la propose, l'enseignant peut la soumettre comme affirmation T à tester, sans la présenter comme copie d'élève ;

P2✓ quatre flèches et $ac + ad + bc + bd$, résultat correct mais sans raison écrite ;

P3✓ preuve par $k = a + b$; si l'idée de baptiser le bloc n'apparaît pas, la relance vient de T et les étapes suivantes restent attribuées aux réponses réelles ;

P4✓ éventuelle preuve symétrique par $h = c + d$, contingente et jamais fabriquée.

Q2. « Pour $a = b = c = d = 1$, les deux membres de l'égalité proposée valent-ils la même chose ? Que prouve ce test, et que ne prouve-t-il pas ? », Attendu : le membre de gauche vaut 4 et le membre de droite 2 ; ce contre-exemple suffit à réfuter l'égalité prétendue pour tous les réels, mais il ne donne pas encore la bonne formule. Inversement, une valeur qui convient ne démontrerait rien en général.

Q3. « Si l'on pose $k = a + b$, quelle propriété justifie chaque égalité ? Pourquoi peut-on ensuite échanger la place de bc et ad ? », Attendu : $k(c + d) = kc + kd$, puis $(a + b)c = ac + bc$ et $(a + b)d = ad + bd$; trois distributivités simples. Enfin, $ac + bc + ad + bd = ac + ad + bc + bd$ par commutativité de l'addition.

Baptiser la loi (dévolution de notation). La preuve faite, la classe peut proposer un nom pendant une minute ; l'écrire à côté du nom officiel « double distributivité » pour cette séance seulement. Le nom ne remplace jamais la justification.

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : problème

Kadai : Combien de produits faut-il écrire pour développer $(a+b)(c+d)$, et comment le justifier avec la seule distributivité simple ?

Pour a, b, c, d réels.

Une recette ou quatre flèches donnent-elles déjà une preuve ?

CENTRE : productions d'élèves

R1 ou T : $(a+b)(c+d) = ac + bd$
 $a = b = c = d = 1 : 4 \neq 2$; l'égalité générale est réfutée.

R2 : quatre flèches : $ac + ad + bc + bd$.

R3 ou T, preuve : $k = a + b$;
 $(a+b)(c+d) = k(c+d) = kc + kd$
 $= (a+b)c + (a+b)d = ac + bc + ad + bd$
 $= ac + ad + bc + bd$ (commutativité de l'addition)

DROITE : synthèse (la trace)

Pour tous réels a, b, c, d :
 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

Méthode : quatre produits avec le signe de leurs deux facteurs, puis réduction.

Ex. $(x-3)(2x+5)$
 $= 2x^2 + 5x - 6x - 15 = 2x^2 - x - 15$.
 Pour $x = 1$, les deux écritures valent -14 : contrôle ponctuel, pas preuve.

Phase 4 (34–47). Variation signée : 1.3 a), b), d) pour tous

Faire chercher a), b) et d) ; c) est réservée aux rapides. Pour chacun de ces produits de deux parenthèses, exiger la ligne des quatre produits avec le signe de leurs deux facteurs avant toute réduction. Après d), faire verbaliser : « le terme est -3 , pas 3 ; son signe entre dans chacun des deux produits ». Les items d), e), f) sont les exemples officiels : ils reviendront en réactivation, mais e) et f) relèvent de la distributivité simple, non de quatre flèches.

Réponses éclair prof : a) $(x+3)(x+5) = x^2 + 8x + 15$ b) $(x-3)(2x+5) = 2x^2 - x - 15$ c) $(3x+1)(2x-7) = 6x^2 - 19x - 7$
 d) $(2x-3)(5x+7) = 10x^2 - x - 21$.

Q4. « Le contrôle en $x = 1$ de b) ou d) démontre-t-il le développement ? », Attendu : non ; une égalité sur une seule valeur est un contrôle ponctuel. La preuve générale repose sur la distributivité. En revanche, une différence sur une valeur suffirait à réfuter le développement prétendu.

Phase 5 (47–53) : Matome protégé, formulé puis copié

À partir de P2 et P3, faire formuler le domaine, la formule et sa justification, puis afficher la trace. La preuve par $k = a + b$ reste visible pendant la copie.

À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)

Pour tous nombres réels a, b, c et d :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd.$$

Chaque terme du premier facteur multiplie chacun des termes du second : quatre produits, écrits avec le signe de leurs deux facteurs, puis on réduit. Cette formule n'est pas une règle de plus : elle se démontre en posant $k = a + b$, puis en appliquant trois fois la distributivité simple, et en permutant enfin deux termes de la somme (l'addition est commutative).

Exemple. $(x-3)(2x+5) = 2x^2 + 5x - 6x - 15 = 2x^2 - x - 15$.

Un test numérique peut réfuter une égalité annoncée pour tous les nombres ; il ne la démontre jamais.

Phase 6 (53–55) : Vérification de sortie

Ardoise : développer $(x-4)(x+1)$ en écrivant la ligne des quatre produits. Attendu : $x^2 + x - 4x - 4 = x^2 - 3x - 4$. Observer séparément la ligne intermédiaire et le résultat ; noter qui a encore besoin des flèches.

Différenciation. Fragiles (items 1–2 du diagnostic) : flèches imposées sur les seuls produits de deux parenthèses, signes écrits dans les termes. Rapides : faire 1.3 c), puis chercher la preuve alternative en posant $h = c + d$. Pour S2, un élève volontaire reformule la preuve de S1 avec ses propres mots ; il ne la découvre pas seul à la maison.

Maison, charge plafonnée. Le bloc familles porte la prescription R complète : 1.3 c), e)–h), puis 1.4 a). Parcours M : relire la preuve et l'exemple ; apprendre la formule et la phrase « quatre produits avec leurs signes, puis réduire » ; faire les cinq Gammes S1 ; traiter seulement 1.3 e)–h), puis s'arrêter avant 1.4 a). Sur e) et f), utiliser la distributivité simple ; sur g) et sur le produit contenu dans h), écrire les quatre produits. Parcours H, optionnel : préparer une explication orale de 1.5 ou la preuve par $h = c + d$. Le microtest partie 2 reste un auto-test disponible, non une tâche supplémentaire. Annoncer la fluence 1.3 et la reprise ciblée 01A de S2.

Lire : cours p. 8 à 9, démonstration de la double distributivité et modèle D1.

Apprendre par cœur : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$; quatre produits avec leurs signes, puis réduire.

Gammes du soir : bloc « Soir de S1 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Faire : 1.3 c) et e) à h), puis 1.4 a).

Facultatif : préparer une explication orale de 1.5 ou refaire la démonstration en posant $h = c + d$.

La prochaine séance commencera par une fluence sur 1.3 et une reprise ciblée du contrôle 01A.

Si retard. Supprimer d'abord P4, puis l'item d) de l'entraînement. Recherche, comparaison P1–P3, preuve générale, six minutes de matome et vérification de sortie sont incompressibles. Une production absente n'est jamais remplacée par une fausse copie ; tout apport du professeur est noté T.

Réussite si... sur la sortie, plus de 80 % obtiennent $x^2 - 3x - 4$ avec la ligne des quatre produits ; chacun sait expliquer que la preuve générale vient des distributivités et non du test $x = 1$.

Repère didactique : Un même problème porte l'erreur, la procédure, la preuve et la variation, afin que les productions restent simultanément comparables. Le tableau conserve l'égalité réfutée, les justifications et le matome jusqu'à la photographie. La progression va du résultat conjecturé à la preuve, puis au voisin signé et à l'autonomie, sans confondre exemple et démonstration.

S2. TD développer : vitesse, mixtes, et un premier programme (format B, 55 min)

Objectif élève. Soustraire correctement un produit développé ; comparer une erreur complète à une méthode sûre et, si elle apparaît, à une autre voie correcte ; distinguer transformation algébrique, réfutation et contrôle ponctuel ; traduire ensuite un programme par une expression en x . **Compétences :** calculer, raisonner, communiquer.

Matériel. TD 1.3, 1.4 C et 5.3 ; ardoises ; minuteur.

Phase 1 (0–8) : Fluence 1.3 et reprise d'un code 01A

Une question brève correspondant au second code R/A/K/D/U encore fragile remplace l'item e), sans allonger la phase. Traiter ensuite f), g) et h), sans calculatrice, puis corriger sélectivement : annoncer les résultats, mais n'écrire que les lignes qui exigent une justification. L'item f) travaille l'opposé d'un groupe ; g) un produit de deux parenthèses ; h) un développement suivi d'une annulation.

Réponses éclair prof : e) $-4x(6-3x)-8x^2 = 12x^2-24x-8x^2 = 4x^2-24x$ f) $3(2x+1)-(6-x) = 7x-3$ g) $(-3x+5)(2x-3) = -6x^2+19x-15$ h) $(x+6)(x-2)-x^2 = 4x-12$.

Q1. « Dans f), que multiplie exactement le facteur -1 ? Dans h), quels termes s'annulent seulement après développement ? », Attendu : $-(6-x) = -6+x$; dans h), les deux termes x^2 s'annulent après que le produit a été développé.

Phase 2 (8–17) : Reprise contrôlée de la preuve de S1, puis variation

Un volontaire réexpose la preuve construite en S1 ; la classe contrôle chaque égalité et nomme les trois distributivités simples puis la commutativité. S'il n'y a pas de volontaire, faire reconstruire la chaîne collectivement à partir de son seul départ $k = a + b$: ne pas attribuer la preuve au professeur ou à un élève fictif. La preuve reste au CENTRE. Reconstruire ensuite :

$$k(c-d) = kc - kd = (a+b)c - (a+b)d = ac + bc - (ad + bd) = ac - ad + bc - bd.$$

Q2. « Où le groupe soustrait doit-il rester visible ? Quelle propriété justifie chaque égalité ? », Attendu : la méthode est identique ; la soustraction impose de garder $(ad + bd)$ groupé avant de distribuer -1 . Le dernier ordre est obtenu par commutativité de l'addition.

Phase 3 (17–33). Kadai 1.4 C : recherche et neriage

Écrire : « Comment développer $C = 3x(x-3) - (x+7)(4x-2)$ sans perdre le signe devant le second produit, puis contrôler le résultat ? » Recherche individuelle 4 min, binômes 3 min, puis discussion 9 min. Pendant la circulation, sélectionner des réponses complètes et non les lignes successives d'une même copie.

Anticipation des fonctions :

P1. réponse erronée complète $-x^2 + 17x - 14$, obtenue en ne changeant que le signe de $4x^2$; si elle n'apparaît pas, T soumet cette égalité au test sans l'attribuer à un élève ;

P2. méthode sûre complète : développer le second produit dans une parenthèse, distribuer ensuite -1 , puis réduire à $-x^2 - 35x + 14$;

P3. autre méthode éventuelle : absorber le moins dans le premier facteur, $-(x+7) = -x-7$, puis développer ;

P4. contrôle comparé en $x = 1$: expression initiale $= -22$, P1 $= 2$, P2 $= -22$.

Q3. « Que réfute le désaccord $2 \neq -22$? Que prouve, ou ne prouve pas, l'accord $-22 = -22$? », Attendu : le désaccord réfute P1 comme identité ; l'accord ne démontre pas P2, dont la preuve est la chaîne d'égalités justifiées.

Q4. « Dans la méthode P3, où le facteur -1 est-il passé ? », Attendu : $-(x+7) = (-1)(x+7) = -x-7$; P3 est correcte mais contingente. Ne pas la fabriquer si ni la production ni la relance publique ne la font apparaître.

Phase 4 (33–44). Programme 5.3 : du particulier au général

Lire le programme (choisir x ; ajouter 1 ; calculer le carré ; retirer le carré du nombre de départ). Faire a) et b) rapidement, puis traduire avant de calculer :

$$P(x) = (x+1)^2 - x^2 = (x+1)(x+1) - x^2 = x^2 + x + x + 1 - x^2 = 2x + 1.$$

Cette ligne est un cas particulier obtenu avec la double distributivité ; elle servira de donnée en S3 pour généraliser le carré de $a + b$. La factorisation par $a^2 - b^2$ n'est ni demandée ni montrée ici : elle sera la seconde méthode de reprise en S8. Résoudre $2x + 1 = 15$ seulement si le temps le permet.

Réponses éclair prof : a) $x = 1 : 2^2 - 1^2 = 3$ b) $x = 2 : 3^2 - 2^2 = 5$ c) $P(x) = 2x + 1$ d) $2x + 1 = 15 \Rightarrow x = 7$.

Q5. « Les deux essais 3 et 5 prouvent-ils la formule $2x + 1$? Quelle ligne vaut pour tout x ? », Attendu : les essais suggèrent ; la chaîne d'égalités littérales établit la formule pour tout réel. Si x est entier, $2x + 1$ est impair ; pour un réel quelconque, on ne parle pas de parité.

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : Kadai et réponses comparées

Kadai : Comment développer $C = 3x(x-3) - (x+7)(4x-2)$ sans perdre le signe devant le second produit, puis contrôler le résultat ?

R1 ou T, erreur :

$$3x^2 - 9x - 4x^2 + 26x - 14 = -x^2 + 17x - 14.$$

R2, méthode sûre :

$$\begin{aligned} 3x^2 - 9x - (4x^2 + 26x - 14) \\ = 3x^2 - 9x - 4x^2 - 26x + 14 \\ = -x^2 - 35x + 14. \end{aligned}$$

R3 éventuelle :

$$\begin{aligned} 3x(x-3) + (-x-7)(4x-2) &= -x^2 - 35x + 14. \\ x = 1 : \text{initiale } -22 ; R1 \ 2 ; R2 \ -22. \end{aligned}$$

CENTRE : preuve variée puis programme

Preuve de S1 réexposée, puis :

$$\begin{aligned} k &= a + b ; k(c-d) = kc - kd \\ &= (a+b)c - (a+b)d \\ &= ac + bc - (ad + bd) \\ &= ac - ad + bc - bd. \end{aligned}$$

Programme 5.3 :

$$\begin{aligned} P(1) &= 3 ; P(2) = 5. \\ P(x) &= (x+1)^2 - x^2 \\ &= (x+1)(x+1) - x^2 \\ &= x^2 + x + x + 1 - x^2 = 2x + 1. \end{aligned}$$

Si x est entier, $2x + 1$ est impair.

DROITE : matome

Soustraire un groupe :

$$A - B = A + (-1)B.$$

Je développe B entre parenthèses, puis je distribue -1 à chacun de ses termes ; je réduis à la fin.

Une valeur discordante réfute une égalité générale. Une valeur concordante la contrôle seulement ; la preuve vient des égalités justifiées.

Des essais sur un programme suggèrent ; le calcul littéral établit le résultat pour tous les nombres du domaine.

Phase 5 (44–52) : Matome protégé, formulé puis copié

Faire formuler la procédure et les statuts logiques avant d'afficher la trace. La preuve variée, l'erreur soumise au test et la méthode sûre retenue restent visibles pendant huit minutes de copie.

À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)

Soustraire un groupe revient à lui appliquer le facteur -1 : $A - B = A + (-1)B$. Je développe le groupe B entre parenthèses, puis je distribue -1 à chacun de ses termes ; je réduis à la fin.

Une valeur discordante réfute une égalité prétendue générale. Une valeur concordante ne la démontre pas : elle la contrôle pour cette valeur seulement. La preuve repose sur une chaîne d'égalités justifiées.

Un programme de calcul se traduit par une expression $P(x)$. Des essais permettent de conjecturer ; le calcul littéral établit le résultat pour tous les nombres du domaine.

Phase 6 (52–55) : Vérification de sortie

Développer $4(3x-2) - (2x-5)$ en conservant la parenthèse intermédiaire. Attendu : $12x-8-(2x-5) = 12x-8-2x+5 = 10x-3$. Observer séparément la portée du moins et la réduction. Cet item est analogue au contrôle, mais n'en reproduit aucun énoncé.

Maison, charge plafonnée. Le bloc familles porte la prescription R complète : 1.4 b) et d). Parcours M : relire la trace et 1.4 C ; faire les cinq Gammes S2 ; traiter seulement 1.4 b) avec une vérification en $x = 1$, puis s'arrêter avant d). Parcours H, optionnel : rédiger 1.5 ou refaire C par la méthode $-(x+7) = -x-7$. Le Brevet 1 n'est pas donné : ses factorisations par identité ne seront entraînées qu'en S7 ; il est conservé pour une reprise ultérieure.

Lire : la trace du jour et la correction de l'expression C de 1.4.

Gammes du soir : bloc « Soir de S2 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Faire : 1.4 b) et d), avec un contrôle de b) pour $x = 1$.

Facultatif : rédiger 1.5 ou refaire C en remplaçant $-(x+7)$ par $-x-7$.

Le sujet Brevet 1 attend l'apprentissage de la factorisation.

Si retard. Supprimer d'abord P3 puis la résolution « obtenir 15 ». La réexposition contrôlée, la recherche du

Kadai, la méthode sûre complète, le matome et la sortie sont incompressibles. Le programme peut s'arrêter à $P(x) = 2x + 1$.

Réussite si... sur la sortie, l'élève écrit la parenthèse $-(2x - 5)$ avant de distribuer et obtient $10x - 3$; il sait expliquer qu'un désaccord numérique réfute tandis qu'un accord isolé ne démontre pas.

Repère didactique : On compare des raisonnements complets, réellement produits et conservés. Ici, l'erreur observée ou la proposition T explicitement marquée est mise en regard de la méthode sûre ; jamais deux lignes d'une même copie. Pour que l'architecture du raisonnement reste visible, on conserve le groupe soustrait, la preuve variée et les statuts du contrôle jusqu'au matome. Chrono et programme s'ajustent aux productions recueillies.

S3. Du tableau à la preuve : $(a + b)^2$ (format A, 55 min)

Objectif élève. Distinguer données, conjecture et démonstration ; expliquer l'origine du terme $2ab$ par deux lectures d'aire, puis établir $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ pour tous réels par double distributivité. **Compétences :** chercher, représenter, raisonner, communiquer.

Matériel. Cours, activité d'introduction et partie 3 ; résultat de S2 $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$; TD 2.1 a), b), h) ; ardoises ; carrés vierges de côté symbolique $a + b$.

Phase 1 (0–7) : Réactiver les données et formuler le Kadai

Reporter les quatre lignes du tableau préparé à la maison : les écarts sont 40, 24, 10 et 140, égaux respectivement à $2ab$. Rappeler ensuite, sans refaire le calcul, le résultat construit en S2 : $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$, cas où $b = 1$. Recueillir les formulations réelles R1–Rk de la conjecture sans les corriger mot à mot.

Q1. « Que permettent d'affirmer ces quatre lignes et le cas de S2 ? Que ne permettent-ils pas encore d'affirmer pour tous les réels ? », Attendu : ils rendent plausible $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, mais une liste finie d'essais ne la démontre pas. Écrire alors le Kadai commun : « Le tableau et S2 suggèrent $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Pourquoi le terme $2ab$ apparaît-il, et comment démontrer cette égalité pour tous réels a, b ? » Il n'y a pas de vote fondateur : l'activité préparée a déjà réfuté la prétendue identité $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

Phase 2 (7–18). Recherche : expliquer sans choisir de valeurs

Donner à chacun un carré vierge dont le côté est annoncé $a + b$. Recherche individuelle 5 min, puis comparaison en binômes 6 min. Consigne : « Découpe ou annote le carré pour expliquer exactement le terme $2ab$. Si tu le peux, propose une autre lecture du même carré ou une preuve sans figure. » Le professeur circule, note les réponses réelles et sélectionne des raisonnements complets ; il ne distribue ni formule à trous ni découpage déjà légendé.

Productions anticipées comme fonctions, non comme copies promises.

P1. La table conduit à la conjecture « écart = $2ab$ », explicitement reconnue comme non démontrée ;

P2. quatre pièces : $a^2 + ab + ab + b^2$;

P3. lecture contingente par deux bandes : $a^2 + ab + b(a + b)$;

P4. preuve algébrique : $(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2$. Une production absente n'est pas fabriquée. Si P2 manque après les relances publiques, le professeur construit le découpage avec la classe et le marque T. Si P3 manque, elle est simplement omise. Si aucune copie ne contient toute P4, la chaîne est reconstruite collectivement à partir de la double distributivité de S1.

Phase 3 (18–35). Neriage : comparer les représentations, puis généraliser

Ordonner P1, P2, P3 si elle existe, puis P4. Demander à un autre élève de reformuler chaque production avant toute validation. Sur P2, faire justifier les longueurs et vérifier que les quatre pièces recouvrent exactement le carré. Sur P3, faire délimiter la bande ab et la bande $b(a + b)$ afin d'éviter un chevauchement caché.

Q2. Si P3 existe : « Dans les deux dessins, qu'est-ce qui change et qu'est-ce qui reste invariant ? », Attendu : le découpage et l'expression intermédiaire changent ; l'aire totale et les deux produits croisés demeurent. Les égalités $a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + ab + b(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$ viennent de la distributivité et de l'égalité des aires.

Q3. « Les dessins suffisent-ils lorsque $a = -3$ et $b = 1$? Quelle preuve possède le domaine demandé par le Kadai ? », Attendu : les longueurs représentées sont non négatives. Pour tous réels, la chaîne algébrique établit l'identité ; $ab + ba = 2ab$ par commutativité de la multiplication puis addition de deux termes égaux.

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : données et Kadai

Données préparées :

a	b	$(a+b)^2 - (a^2 + b^2)$	$2ab$
10	2	40	40
3	4	24	24
5	1	10	10
7	10	140	140

$$S2 : (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1.$$

Ces données suggèrent ; elles ne prouvent pas.

Kadai : Le tableau et S2 suggèrent $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Pourquoi le terme $2ab$ apparaît-il, et comment démontrer cette égalité pour tous réels a, b ?

CENTRE : deux lectures du même carré

P2, quatre pièces :

$$a^2 + ab + ab + b^2.$$

Deux rectangles distincts expliquent le coefficient 2.

P3 si elle existe, deux bandes :

$$a^2 + ab + b(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2.$$

Pour $a, b \geq 0$, les pièces recouvrent le grand carré : leur somme vaut $(a+b)^2$.

DROITE : preuve générale et matome

P4, tous réels :

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2.$$

Matome :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Les aires expliquent $2ab$; la double distributivité démontre l'identité pour tous réels.

Phase 4 (35–44) : Matome protégé, formulé puis copié

La proposition universelle « pour tous réels a, b , $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ » est fausse : pour $a = 3$, $b = 4$, on obtient $49 \neq 25$.

Ce contre-exemple ne signifie pas que l'égalité échoue pour chaque couple : elle est vraie, par exemple, lorsque $b = 0$.

Faire formuler d'abord la distinction entre le rôle du tableau, celui des aires et celui du calcul littéral. Le Kadai, une lecture d'aire et la chaîne algébrique restent simultanément visibles pendant neuf minutes. Afficher ensuite la trace.

À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)

Pour tous nombres réels a et b ,

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Le terme $2ab$ est le double produit : sur le carré de côté $a+b$ partagé en quatre pièces, il correspond aux deux rectangles d'aire ab ; dans le calcul, il provient des deux produits croisés ab et ba . Les aires expliquent l'égalité pour des longueurs non négatives ; la double distributivité la démontre pour tous les réels. Une identité est une égalité vraie pour toutes les valeurs autorisées des lettres.

Phase 5 (44–52) : Entraînement ciblé sur la seule identité de S3

Traiter TD 2.1 a), b), h) seulement. Pour chaque expression, écrire les deux blocs avant la formule : a) $a = x$, $b = 3$;

b) $a = x$, $b = 10$; h) $a = n$, $b = 1$. La lettre a de l'identité désigne ici un rôle et peut être remplacée par x ou n .

Réponses éclair prof : a) $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ b) $(x+10)^2 = x^2 + 20x + 100$ h) $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$.

Phase 6 (52–55) : Vérification de sortie

Ardoise : développer $(2x+3)^2$ en écrivant d'abord $a = 2x$, $b = 3$. Attendu : $(2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$.

Observer séparément le carré du coefficient et le double produit.

Différenciation. Fragiles : figure P2 déjà partagée, longueurs a et b repassées en couleur, puis gabarit $(\dots + \dots)^2 = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2$ pour le premier item seulement. Rapides : 2.2 a), puis rédiger en une phrase la lecture par deux bandes si elle n'a pas été publique.

Maison, charge plafonnée. Le bloc familles ordinaire porte la prescription R complète : 2.1 a), b), h), puis 2.2 a).

Parcours M : relire la trace et la preuve géométrique de $(a+b)^2$; apprendre cette seule identité et la définition d'une identité ; faire les cinq Gammes S3 ; traiter seulement 2.1 a), b), h), puis s'arrêter avant 2.2 a). Parcours H, optionnel : dessiner une seconde décomposition du carré de côté $a+b$ et écrire l'expression d'aire correspondante. Le microtest partie 3, qui mobilise déjà les trois identités, ne devient disponible qu'après S4. Le sujet Brevet 4, 2.6 et le calcul malin attendent au moins S5.

Lire : cours p. 10, preuve par les aires du carré d'une somme.

Apprendre par cœur : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; savoir expliquer l'origine de $2ab$ et définir une identité.

Gammes du soir : bloc « Soir de S3 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Faire : 2.1 a), b), h), puis 2.2 a).

Facultatif : proposer une autre découpe du carré de côté $a + b$ et écrire l'expression d'aire correspondante.

Les questions flash du cours p. 15 et le sujet Brevet 4 attendent les identités suivantes ; l'exercice 2.6 attend la séance S5.

Fin de semaine 1 : week-end léger. Aucun sujet Brevet complet n'est donné avant l'apprentissage de la factorisation. La variante ci-dessous remplace les lignes « Gammes du soir » et « Faire » du bloc ordinaire : trente minutes de reprise/carnet si une erreur est désignée, sinon repos. Le week-end sujet vient en fin de semaine 3 (fiche S11), quand le choix de forme a été vu en classe et que le corrigé est ouvert.

Variante week-end léger de fin de semaine 1 (prête à coller).

Lire : cours p. 10, preuve par les aires du carré d'une somme.

Apprendre par cœur : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; savoir expliquer l'origine de $2ab$ et définir une identité.

Retravailler : une erreur déjà repérée dans le carnet, si le professeur la désigne.

Aucun autre travail n'est ajouté ; à défaut de reprise désignée, repos.

Si retard. Supprimer d'abord P3, puis réduire l'entraînement à 2.1 a) et h). Les données de départ, une justification visuelle complète, la preuve algébrique, le matome de neuf minutes et la sortie sont incompressibles. Les deux autres identités appartiennent à S4 par défaut, non à une solution de secours.

Réussite si... sur la sortie, l'élève identifie $a = 2x$ et $b = 3$, obtient $4x^2 + 12x + 9$ et sait désigner l'origine du terme $12x$; à l'oral, il distingue « les essais suggèrent », « les aires expliquent pour des longueurs » et « l'algèbre prouve pour tous les réels ».

Repère didactique : Un même problème, du temps de recherche, puis des réponses réellement produites, sélectionnées et reliées ; P3 est omise si elle n'apparaît pas et tout apport indispensable est marqué T. Au tableau : régions stables, écriture progressive et architecture visible du raisonnement ; seules les inscriptions ayant accompli leur rôle sont effaçables. Écouter et observer les idées des élèves sans porter de jugement prématuré sur leur justesse ; faire reformuler l'idée d'un camarade avec ses propres mots plutôt que la redire à sa place ; ne pas laisser la classe se centrer sur les seules bonnes réponses de quelques élèves.

S4 : Un même carré, deux identités restantes (format A, 55 min)

Objectif élève. À partir d'un même carré partagé, construire $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ et $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$; distinguer leurs formes et les domaines des preuves géométrique et algébrique. Réinvestir la définition d'une identité sur trois affirmations précisément choisies. **Compétences :** chercher, représenter, raisonner, communiquer.

Matériel. Une feuille par élève avec deux exemplaires non légendés du même carré de côté a , partagé par les longueurs $a - b$ et b ; une paire de pièces découpables par binôme ; cours fermé pendant la recherche, puis partie 3 ; TD 2.4 b), f), g) ; ardoises.

Phase 1 (0–6) : Réactiver S3, faire naître le problème

Sur ardoise, reprendre un seul item réellement donné en S3 : $(x + 10)^2 = x^2 + 20x + 100$. Faire nommer les deux produits croisés, puis écrire à côté $(a - b)^2$ et $a^2 - b^2$ sans les développer.

Q1. « Ces deux dernières écritures veulent-elles dire la même chose ? Si l'on remplace le signe $+$ de S3 par un signe $-$, que peut-on prévoir et qu'est-ce qui reste à prouver ? », Attendu : le carré d'une différence et la différence de deux carrés sont deux expressions distinctes ; on peut conjecturer un double produit négatif, mais l'analogie ne constitue pas une preuve. Afficher le Kadaï : « Comment le même carré découpé peut-il expliquer les deux identités qui manquent, et quelle preuve les rend vraies pour tous les réels ? »

Phase 2 (6–18) : Recherche individuelle puis en binômes sur le dessin maître

Préciser seulement $0 < b < a$. Sur le premier dessin, demander l'aire du carré de côté $a - b$ de deux manières. Sur le second, demander l'aire de la surface restante après retrait du carré b^2 , puis autoriser découpage, rotation et recollement. Recherche individuelle 5 min, comparaison en binômes 7 min. Consigne écrite : « Nomme les longueurs et les aires ; écris une chaîne d'égalités ; indique ce qui est découpé ou déplacé. Si tu le peux, ajoute une preuve sans figure. »

Productions anticipées comme fonctions, non comme copies promises.

P1. Partage en quatre pièces : $a^2 = (a - b)^2 + 2b(a - b) + b^2$, puis isolement du carré ;

P2. lecture contingente par deux bandes complètes : $a^2 - ab - ab + b^2$;

P3. le L restant vaut $a(a - b) + b(a - b)$, puis se recolle en rectangle de côtés $a + b$ et $a - b$;

P4. double distributivité sur $(a - b)(a - b)$ et $(a + b)(a - b)$. Le professeur note les réponses réelles R1–Rk et choisit leur ordre. Si P2 manque, elle est omise. Si P3 ne va pas jusqu'au rectangle, la rotation est construite avec la classe et marquée T. Si aucune copie ne contient P4 entière, les deux chaînes sont reconstruites collectivement à partir de S1 et marquées T.

Phase 3 (18–34). Neriage : deux régions, puis extension du domaine

Faire reformuler chaque production par un autre élève. Pour P1, contrôler les quatre aires et isoler $(a - b)^2$ sans sauter la distribution de $-2b(a - b)$. Pour P2, faire expliquer pourquoi b^2 est rendu après avoir été retiré deux fois. Pour P3, nommer les deux rectangles avant la mise en facteur. Enfin, comparer le domaine $0 < b < a$ des dessins au domaine de P4.

Q2. « Dans P1 et P2, quelle même surface calcule-t-on ? Pourquoi les écritures $a^2 - 2b(a - b) - b^2$ et $a^2 - 2ab + b^2$ sont-elles égales ? », Attendu : le carré de côté $a - b$; $-2b(a - b) = -2ab + 2b^2$, puis $2b^2 - b^2 = b^2$.

Q3. « Dans P3, quelles sont exactement les dimensions des deux pièces ? Quelle propriété algébrique lit-on lorsque $a(a - b) + b(a - b)$ devient $(a + b)(a - b)$? », Attendu : rectangles $a \times (a - b)$ et $b \times (a - b)$; mise en facteur de $a - b$, c'est la distributivité lue dans le sens inverse.

Q4. « Le dessin représente-t-il $a = -2$ et $b = 5$? Quelles chaînes démontrent néanmoins les deux égalités pour ces valeurs et pour tous les réels ? », Attendu : non ; les longueurs imposent $0 < b < a$. La double distributivité établit les deux identités pour tous réels.

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : dessin maître et Kadai

$0 < b < a$ pour la figure.

$b(a-b)$	b^2
$(a-b)^2$	$b(a-b)$

Kadai : Comment le même carré découpé peut-il expliquer les deux identités qui manquent, et quelle preuve les rend vraies pour tous les réels ?

CENTRE : deux régions du même carré

P1, le carré intérieur :

$$a^2 = (a-b)^2 + 2b(a-b) + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

P2 si elle existe, bandes :

$$(a-b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2.$$

P3, le L sans b^2 :

$$a^2 - b^2 = a(a-b) + b(a-b)$$

$$= (a+b)(a-b).$$

DROITE : preuve générale et matome

P4, tous réels :

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$

$$= a^2 - ab - ba + b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2,$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2.$$

Matome :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Carré d'une différence $\neq$ différence de deux carrés.

Contraste logique (phase 5) :

2.4 b) fausse ; 2.4 f) fausse : le couple (3, 4) réfute « pour tous » ; 2.4 g) vraie, le témoin $b = 0$ suffit.

Phase 4 (34–42) : Matome protégé, formulé puis copié

Garder simultanément visibles le dessin maître, P1, P3 et les deux chaînes P4. Faire formuler la différence entre les deux expressions, puis afficher la trace.

À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)

Pour tous nombres réels a et b ,

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{et} \quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$$

Il ne faut pas confondre le carré d'une différence, qui se développe en trois termes, avec la différence de deux carrés, qui s'écrit comme un produit. Les deux découpages du carré de côté a les expliquent lorsque $0 < b < a$; la double distributivité les démontre pour tous les réels.

Phase 5 (42–50). Trois votes utiles : 2.4 b), f), g)

Le mot identité a été défini en S3 : il est ici réinvesti, non présenté comme nouveau. Pour chacun des trois items : lire, voter, noter la distribution, recueillir une justification, puis re-voter. b) est faux : pour 5 et 2, $(5-2)^2 = 9$ tandis que $5^2 - 2^2 = 21$. f) est faux : $(3+4)^2 = 49 \neq 25$. g) est vrai : le témoin $b = 0$ suffit à établir « il existe ». Un témoin d'existence ne transforme pas f) en identité.

Q5. « Pourquoi le même choix $b = 0$ ne prouve-t-il pas f), mais prouve-t-il g) ? », Attendu : f) porte sur tous les couples ; g) demande un seul couple. Un contre-exemple suffit pour réfuter f), tandis qu'un témoin suffit pour établir g).

Phase 6 (50–55) : Sortie contrastée

Développer sur ardoise les deux expressions côte à côte : $(3x-2)^2$ et $(3x+2)(3x-2)$. Exiger le nom de la structure avant le calcul.

Réponses éclair prof : $(3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$; $(3x+2)(3x-2) = 9x^2 - 4$. Le terme $-12x$ distingue immédiatement les deux formes.

Différenciation. Fragiles : dessin avec longueurs $a-b$ et b déjà repassées, puis P1 à compléter ; sur la sortie, une seule expression attribuée, l'autre étant expliquée par le binôme. Rapides : produire P4 sans figure, puis 2.2 f) sur la bande auxiliaire.

Maison, charge plafonnée. Le bloc familles porte la prescription R complète : finir 2.1, traiter 2.2 c), e), g), puis justifier 2.4 a), c), d), e). Parcours M : relire les deux preuves géométriques et la trace (cours p. 12) ; apprendre les trois identités sous la forme écrite dans le cours p. 11 ; faire les cinq Gammes S4 ; traiter 2.1 c), e), i), puis terminer le drill avec d), f), g) et s'arrêter avant 2.2. Parcours H, optionnel : ajouter 2.5 a)–b). Le microtest partie 3 devient disponible comme auto-évaluation, sans s'ajouter au devoir. L'exercice 2.3 et la méthode de

factorisation attendent S6 ; Brevet 4 attend au moins S5.

Lire : cours p. 12, preuves géométriques du carré d'une différence et de la différence de deux carrés.

Apprendre par cœur : cours p. 11, les trois identités remarquables.

Gammes du soir : bloc « Soir de S4 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Faire : 2.1 c), e), i) ; 2.2 c), e), g) ; 2.4 a), c), d), e).

Terminer : le drill 2.1 avec d), f) et g).

Facultatif : 2.5 a) et b), « Avec des fractions ».

Les questions flash du cours p. 15 sont disponibles ; 2.3 attend la factorisation et le sujet Brevet 4 le calcul malin.

Si retard. Supprimer d'abord P2, puis limiter les votes au couple f)–g). P1, P3, les deux chaînes P4, le matome et au moins une expression de sortie sont incompressibles ; aucun exercice technique non expliqué n'est basculé automatiquement au devoir.

Réussite si... sur la sortie, l'élève obtient $9x^2 - 12x + 4$ et $9x^2 - 4$ sans confondre les structures ; à l'oral, il sait dire que les figures supposent $0 < b < a$, que l'algèbre couvre tous les réels et que le témoin $b = 0$ prouve une existence, non une identité.

Repère didactique : Un problème central, un temps de recherche substantiel, puis des réponses réellement disponibles sélectionnées, ordonnées et reliées. Un dessin maître et des régions stables rendent visibles les transformations ; P1, P3 et P4 restent simultanément lisibles jusqu'au matome. Ne pas signaler son accord ni reformuler soi-même une bonne idée, faire reformuler et comparer les idées sans jugement prématuré ; tout apport indispensable est marqué T. Le couple f)–g) varie le quantificateur en gardant la même égalité, ce qui isole précisément le statut logique d'un exemple.

S5. Le calcul malin : la récompense (format B, 55 min)

Objectif élève. Distinguer une transformation correcte d'une transformation réellement économique ; choisir entre identité remarquable et distributivité ; contrôler la plausibilité d'un résultat. **Compétences :** calculer, chercher, raisonner, communiquer.

Matériel. Cours partie 5 ; TD 4.1 ; cartes $A = 10,1 \times 9,9$ et $B = 38 \times 998$; 4.4 d ; 4.5 a, c ; minuteur ; ardoises.

Réserve culturelle, hors créneau : Gauss et le 5 050

La version scolaire souvent racontée de l'épisode de Gauss conduit à apparier la somme $1 + 2 + \dots + 100$ avec son écriture renversée, puis à obtenir 5 050. Ce problème ne s'ajoute pas au scénario de 55 minutes ci-dessous : il en changerait le Kadaï, le temps de recherche et le matome. Le conserver pour une séance supplémentaire munie de son propre Bansho. La généralisation exacte est : pour tout entier positif n , $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Phase 1 (0–8). 4.1 : cinq minutes fixes, puis correction personnelle

Annoncer : « zéro multiplication posée ; chaque égalité écrite doit être justifiée ». Cinq minutes exactement, puis arrêt pour tous. Afficher les réponses et laisser trois minutes de correction personnelle ; ne discuter que c) et g). Relever deux indicateurs collectifs anonymes : nombre d'élèves ayant au moins six réponses correctes, puis huit sur huit. Reprendre la même mesure, dans les mêmes conditions, en S10 ; on compare l'exactitude à durée fixe, non une vitesse mal définie.

Réponses éclair prof : a) 10 201 b) 9 801 c) 9 996 d) 9 991 e) 441 f) 361 g) 1 225 h) 1 002 001. Pour c) : centre 100, écart 2. Pour g) : $(30 + 5)^2 = 900 + 300 + 25$.

Phase 2 (8–11) : Deux calculs, puis le Kadaï

Écrire seulement $A = 10,1 \times 9,9$ et $B = 38 \times 998$. Kadaï : « Une identité remarquable est-elle toujours le meilleur outil dès qu'elle est possible ? Comment choisir une transformation qui réduit vraiment le calcul ? » Consigne commune : pour chaque calcul, proposer une réécriture exacte, nommer l'outil et préciser ce qu'il reste à calculer.

Phase 3 (11–20) : Recherche individuelle puis en binômes

Quatre minutes seul, cinq minutes en binôme. Pendant la circulation, noter les réponses réelles R1–Rk et, pour chaque voie, les opérations restantes. Ne pas annoncer qu’une identité est « impossible » pour B : tout produit de deux réels peut être centré autour de leur moyenne ; la question porte ici sur l’économie obtenue.

Q1. « Votre réécriture donne-t-elle exactement le même nombre ? Quelles opérations restent après cette réécriture ? », But : séparer les deux critères avant la mise en commun.

Phase 4 (20–33). Neriage : P1, P2 ou T, puis P3

P1 : $A = (10 + 0,1)(10 - 0,1) = 100 - 0,01 = 99,99$. Faire nommer le centre 10 et l’écart 0,1. P2 : pour B , la voie $(518 - 480)(518 + 480) = 518^2 - 480^2$ est exacte puisque 518 est la moyenne de 38 et 998. Si elle n’apparaît pas, la reconstruire publiquement et la marquer T. Elle est néanmoins coûteuse. P3 : $B = 38(1000 - 2) = 38\,000 - 76 = 37\,924$; la distributivité est ici plus économique.

Q2. « P2 et P3 sont-elles toutes deux vraies ? Laquelle a réellement diminué le travail, et où le voit-on ? », Attendu : les deux égalités sont valides ; P2 exige deux grands carrés, P3 seulement deux produits faciles et une soustraction.

Phase 5 (33–40). Transfert P4 : le résultat nul

Donner $2026^2 - 2025^2 - 4051$. Deux minutes seul, deux minutes en binôme, puis mise en commun. Conserver la chaîne

$$2026^2 - 2025^2 - 4051 = (2026 + 2025)(2026 - 2025) - 4051 = 4051 - 4051 = 0.$$

Q3. « Quel sous-calcul fallait-il transformer avant toute approximation ? Pourquoi l’identité est-elle ici avantageuse ? », Attendu : l’écart vaut 1, donc le produit créé est immédiat.

Phase 6 (40–46). 4.5 a, c : contrôler deux affirmations

Présenter a) comme une identité prétendue, donc une affirmation pour tout réel x , et c) comme une égalité numérique.

Vote, justification, re-vote. a) est réfutée par $x = 1$ ($121 \neq 101$) ou par le double produit manquant $20x$; l’égalité est néanmoins vraie pour une valeur, $x = 0$. c) est réfutée par $(50 - 3)(50 + 3) = 2500 - 9 = 2491$, ou par le chiffre des unités.

Q4. « Un contre-exemple à a) prouve-t-il que l’égalité échoue pour chaque valeur de x ? », Attendu : non ; il réfute seulement l’affirmation “pour tout x ”.

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : données, Kadai et P1

4.1 : $n(\geq 6/8) = \underline{\hspace{1cm}}$; $n(8/8) = \underline{\hspace{1cm}}$.
En S10 : même série, sans poser de multiplication, chaque égalité justifiée, seul, arrêt de tous au même signal.
 $A = 10,1 \times 9,9$; $B = 38 \times 998$.

Kadai : Une identité remarquable est-elle toujours le meilleur outil dès qu’elle est possible ? Comment choisir une transformation qui réduit vraiment le calcul ?

P1 : $A = (10 + 0,1)(10 - 0,1) = 99,99$.

CENTRE. P2–P4 : validité puis coût

P2 ou T : $B = (518 - 480)(518 + 480) = 518^2 - 480^2$: exact, mais coûteux.

P3 : $B = 38(1000 - 2) = 37\,924$: exact et économique.

P4 : $2026^2 - 2025^2 - 4051 = (4051)(1) - 4051 = 0$.

Valide ne signifie pas toujours efficace.

DROITE : matome, contrôles et sortie

Matome : conserver l’égalité ; diminuer les calculs restants ; contrôler. Un nombre rond est un indice, pas une règle.

$(x+10)^2 = x^2 + 100$ n’est pas une identité : $x = 1$ la réfute.

$47 \times 53 = 2500 - 9 = 2491$.

Sortie : $49 \times 51 = 50^2 - 1^2 = 2499$.

Phase 7 (46–52) : Matome protégé, formulé puis copié

Garder simultanément visibles P1, P2 et P3. Faire formuler trois exigences : la réécriture conserve le nombre ; elle rend les opérations restantes plus simples ; un contrôle final reste nécessaire.

À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)

Le calcul malin. Je réécris sans changer la valeur, puis je choisis la voie qui rend les calculs restants les plus simples. Une identité peut être exacte sans être avantageuse : $38 \times 998 = 518^2 - 480^2$, mais $38(1000 - 2) = 37\,924$ est bien plus économique. Un nombre rond est un indice, pas une règle.

Contrôler. Avant de rendre, je vérifie la structure, le signe, le chiffre des unités ou une valeur test. Un contre-exemple réfute une affirmation « pour tout », sans prouver que l’égalité échoue pour chaque valeur.

Phase 8 (52–55) : Sortie individuelle

Ardoise : 49×51 . Exiger la transformation, le nom de l'outil et le résultat : $(50 - 1)(50 + 1) = 50^2 - 1^2 = 2499$.

Différenciation. Fragiles : fournir les écritures à trous $(10 + \square)(10 - \square)$ et $38(1000 - \square)$. Rapides : établir $uv = \left(\frac{u+v}{2}\right)^2 - \left(\frac{u-v}{2}\right)^2$, puis expliquer pourquoi cette identité générale n'est utile que si les deux nouveaux nombres sont faciles à calculer.

Maison, charge plafonnée. Le bloc familles porte la prescription R complète : 4.2 a)–f), 4.3 a)–c), puis 4.5 b), d). Parcours M : relire la trace ; faire les cinq Gammes S5 ; achever seulement les items de 4.1 non obtenus dans les cinq minutes ; traiter seulement 4.2 a), c), e) et 4.5 b), d), puis s'arrêter avant 4.3. Parcours H, optionnel : ajouter 4.4 a) (le seul item de 4.4 non conduit en classe) ou le défi 8.1, au choix. L'exercice 3.5 et la méthode générale de factorisation attendent S6 ; aucune notion nouvelle n'est envoyée en avance.

Lire : cours p. 20 (partie 5) et p. 21, méthode de calcul mental astucieux (modèles C1 et C2).

Gammes du soir : bloc « Soir de S5 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Faire : 4.2 a) à f), 4.3 a) à c), puis 4.5 b), d).

Terminer : les seules questions de 4.1 non obtenues en classe.

Facultatif : 4.4 a), « Champions : la cour des grands », le seul calcul de cet exercice qui n'a pas été fait en classe.

Facultatif, au choix avec le précédent : le défi 8.1, « Un carré presque premier ».

La méthode générale de factorisation de 3.5 sera construite à la prochaine séance.

Si retard. Afficher les réponses de 4.1 sans toutes les commenter, puis omettre 4.5 c). P1, P2 ou T, P3, P4, le matome et la sortie restent incompressibles : sans la comparaison « valide / efficace », le Kadai n'est pas résolu.

Réussite si... l'élève obtient 2499 à la sortie avec le centre 50 ; il sait dire que $518^2 - 480^2$ est une réécriture correcte de 38×998 mais moins économique que $38(1000 - 2)$; l'indicateur à cinq minutes est conservé pour la comparaison S10.

Repère didactique : [S] Une tradition d'enseignement attachée aux bases vise l'équilibre entre maîtrise des connaissances et savoir-faire de base et capacité à CHOISIR une méthode efficace, et non la seule vitesse ; un test portant précisément sur le calcul littéral (groupement, complétion du carré, factorisation), 38 questions en 10 minutes, y distingue vitesse et exactitude : c'est exactement le régime de 4.1, et le motif pour relever l'exactitude à durée fixe plutôt qu'un classement de rapidité. [S] Sur la variation : faire varier les traits NON ESSENTIELS en gardant l'essentiel invariant, pour que ce dernier devienne discernable ; les deux formes de variation s'articulent. [T] Ici, A et B font varier le coût tout en maintenant la validité algébrique ; le neriage sépare donc deux jugements souvent confondus. [D] Si les élèves privilégient encore le nom du chapitre plutôt que le coût réel, reprendre en S6 un couple « identité valable mais longue / distributivité courte ». Les voies comparées restent conservées ensemble au tableau, et chaque idée est reformulée sans jugement prématuré ni attribution fictive.

S6. Factoriser : le bloc répété, puis le photographe (format A, 55 min)

Objectif élève. Transformer une somme en produit par facteur commun ; distinguer une factorisation valide d'une extraction menée jusqu'au bout ; justifier l'égalité pour toute valeur de x ; ouvrir ensuite la route des identités.
Compétences : calculer, raisonner, communiquer.

Matériel. Cours partie 4 ; TD 3.1 b), 3.2 B-D, 2.3 a) première expression ; ardoises. Aucun corrigé de 3.5 à l'entrée : S5 l'a explicitement différé.

Phase 1 (0–6) : Réactiver le sens direct, puis retourner la flèche

Écrire $3x(4x - 5)$ et demander son développement : $3x(4x - 5) = 12x^2 - 15x$. Retourner ensuite la flèche, sans donner de procédure : $12x^2 - 15x \rightarrow 3x(4x - 5)$.

Q1. « Qu'est-ce qui change quand on parcourt cette égalité dans l'autre sens ? », But : faire naître le besoin de chercher une structure. Attendu : on doit reconnaître ce qui multiplie les deux termes. Institution minimale : factoriser, c'est réécrire une somme sous forme d'un produit égal ; ce n'est pas une opération inverse unique.

Phase 2 (6–10) : Présenter une famille et poser le Kadai

Écrire, sans entourer ni colorer les facteurs :

$$F_1 = 12x^2 - 15x, \quad F_2 = (x + 5)(4x - 2) - (x + 5)(9x + 1), \quad F_3 = (4x + 5)^2 - 5(4x + 5).$$

Kadai : Comment transformer chacune des trois sommes en produit sans perdre un terme ni un signe ? Quel bloc répété est commun aux trois, et comment prouver l'égalité pour toute valeur de x ?

Phase 3 (10–21). Recherche : cinq minutes seul, puis six minutes à deux

Consigne écrite : « Pour chaque expression, proposer un produit ; entourer le bloc que vous avez vu répété ; préparer une ligne qui justifie l'égalité. » Pendant la recherche, relever les productions réelles sans annoncer $3x$, sans nommer la parenthèse commune et sans fabriquer d'erreur. Noter les copies retenues C1, C2, etc., sans nom ni initiale.

Phase 4 (21–34). Neriage : valide, plus abouti, composé, caché

Sélectionner dans cet ordre, en adaptant C1–C4 aux copies réellement apparues.

Q2. « $F_1 = 3(4x^2 - 5x)$: est-ce déjà un produit ? Peut-on encore extraire quelque chose de commun ? », Attendu : la première écriture est une factorisation valide ; x reste commun, donc $F_1 = 3x(4x - 5)$ extrait tous les facteurs communs visibles. Ne pas qualifier la première de fausse.

Q3. « Dans F_2 , que doit multiplier $(x + 5)$ pour restituer chacun des deux termes ? », Attendu : $F_2 = (x + 5)[(4x - 2) - (9x + 1)] = (x + 5)(-5x - 3)$. Si l'erreur $-9x + 1$ apparaît, la barrer après réfutation ; sinon, ne pas l'inventer.

Q4. « Comment rendre le bloc répété visible dans F_3 ? », Attendu : $(4x + 5)^2 = (4x + 5)(4x + 5)$, puis $F_3 = (4x + 5)[(4x + 5) - 5] = 4x(4x + 5)$.

Q5. « Quelle ligne prouve chaque égalité pour toute valeur de x ? Un accord obtenu seulement en $x = 0$ suffirait-il ? », Attendu : le redéveloppement par distributivité restitue l'expression initiale pour tout x . Un désaccord en une valeur réfute ; un accord en une seule valeur ne prouve pas une identité.

Phase 5 (34–41) : Matome protégé sur le facteur commun

Faire formuler l'invariant $kA + kB = k(A + B)$ et $kA - kB = k(A - B)$: le facteur k doit multiplier tous les termes ; le crochet contient exactement ce qui reste pour reconstruire chaque terme. Comparer explicitement « produit valide » et « extraction poursuivie » sur P1–P2.

Phase 6 (41–48) : Ouvrir seulement ensuite une seconde route

Écrire la règle préalable : « chercher d'abord un facteur commun à tous les termes ». En son absence, introduire les trois questions du photographe. Utiliser le premier item de TD 2.3, $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$, puis le contraste $x^2 - 8100 = (x + 90)(x - 90)$ (valeur absente du TD, du cours, des corrigés, du QCM et du contrôle : $8100 = 90^2$

se lit grâce à $81 = 9^2$). Les annoncer comme apport T du professeur, et non comme productions d'élèves si elles n'ont pas été recherchées.

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : problème commun

$$3x(4x-5) = 12x^2 - 15x \leftarrow \text{factoriser}$$

Kadai : Comment transformer chacune des trois sommes en produit sans perdre un terme ni un signe ? Quel bloc répété est commun aux trois, et comment prouver l'égalité pour toute valeur de x ?

$$F_1 = 12x^2 - 15x$$

$$F_2 = (x+5)(4x-2) - (x+5)(9x+1)$$

$$F_3 = (4x+5)^2 - 5(4x+5)$$

CENTRE : productions comparées

P1 : $F_1 = 3(4x^2 - 5x)$: produit valide ; x reste commun.

P2 : $F_1 = 3x(4x-5)$: extraction poursuivie.

$$\mathbf{P3} : F_2 = (x+5)[(4x-2) - (9x+1)] = (x+5)(-5x-3).$$

$$\mathbf{P4} : F_3 = (4x+5)[(4x+5) - 5] = 4x(4x+5).$$

DROITE : preuve et seconde route

$$kA + kB = k(A+B) \text{ et } kA - kB = k(A-B), \text{ par distributivité.}$$

Redévelopper prouve l'égalité pour tout x .

Une valeur test : désaccord $\Rightarrow$ faux ; accord $\nRightarrow$ preuve.

Avant les identités : facteur commun ?

Sinon : nombre de termes ; carrés ; double produit.

$$x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$$

$$x^2 - 8100 = (x+90)(x-90)$$

Phase 7 (48–53) : Trace courte, formulée puis copiée

À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)

Factoriser une somme, c'est la réécrire sous forme d'un produit égal. Pour un facteur commun k , j'écris chaque terme comme $k \times \dots$, puis j'utilise $kA + kB = k(A+B)$ et $kA - kB = k(A-B)$. Une factorisation peut être correcte sans avoir extrait tous les facteurs communs visibles. Le redéveloppement prouve l'égalité pour tout x ; un accord pour une seule valeur ne la prouve pas. Je cherche d'abord un facteur commun ; sinon, je reconnais une identité grâce à la structure.

Phase 8 (53–55) : Sortie individuelle à deux routes

Ardoise : factoriser $7x - 35$, puis $x^2 - 36$. Exiger le nom de la route avant le calcul : $7(x-5)$; $(x+6)(x-6)$. Faire redévelopper mentalement l'une des deux réponses.

Différenciation. Fragiles : donner les écritures intermédiaires $12x^2 = 3x \times \square$ et $(4x+5)^2 = (4x+5) \times \square$. Rapides : traiter 3.2 C, puis comparer deux factorisations équivalentes si un facteur numérique supplémentaire peut être extrait. Ne pas anticiper 3.3 : ses pièges constituent le problème de S7.

Maison, charge plafonnée. Le bloc familles porte la prescription R complète : les deux premières expressions de 2.3 a), 3.2 A et les six lignes de 3.5. Parcours M : relire la trace ; faire les cinq Gammes S6 ; terminer seulement les items de 3.1 non obtenus en classe ; traiter les deux premières expressions de 2.3 a) ; compléter seulement les quatre premières lignes de 3.5, puis s'arrêter avant 3.2 A et les deux dernières lignes. Parcours H, optionnel : ajouter 8.2. Aucun item de 3.3 n'est demandé avant sa recherche en S7.

Lire : cours p. 15 à 18, définition de factoriser et méthode du photographe.

Gammes du soir : bloc « Soir de S6 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Faire : 2.3 a), deux premières expressions ; 3.2 A ; 3.5, les six lignes.

Terminer : les seules questions de 3.1 non obtenues en classe.

Facultatif : 8.2, « Preuve sans mots ».

Les pièges de 3.3 seront cherchés en classe.

Si retard. Réduire l'ouverture par identité au seul exemple $x^2 + 10x + 25$ et reporter $x^2 - 8100$ à l'entrée de S7. Ne jamais couper la recherche sur F_1, F_2, F_3 , la comparaison P1–P4, la preuve par redéveloppement ni la distinction « accord ponctuel / preuve générale ».

Réussite si... l'élève factorise les deux expressions de sortie en nommant deux routes différentes ; il accepte $3(4x^2 - 5x)$ comme produit valide tout en sachant poursuivre l'extraction ; il peut expliquer pourquoi l'accord en $x = 0$ ne prouve pas une égalité pour tout x .

Repère didactique : [S] La variation « facteur visible / parenthèse entière / facteur révélé par un carré » maintient le même

invariant tout en déplaçant ce qui le masque : c'est la variation conceptuelle, faire varier les traits non essentiels pour rendre l'essentiel discernable. [S] Accepter un éventail de degrés d'aboutissement, plutôt que la seule réponse la plus proche de celle du professeur : le professeur accepte et valorise des idées d'élèves qui couvrent un large éventail de degrés de sophistication. [T] La conservation simultanée de P1 et P2 permet de discuter deux degrés d'aboutissement sans transformer une réponse vraie en erreur. [D] Si les élèves cherchent une identité avant le facteur commun, reprendre en S7 un même item par deux chemins et comparer leur coût. Le test numérique est gardé comme outil de réfutation, jamais comme preuve d'une identité.

S7 : Classer quatre cas-frontières, puis juger la copie de Louise (format B, 55 min)

Objectif élève. Formuler un verdict exact et justifié sur quatre expressions ; comparer deux routes valides ; distinguer un test qui réfute d'un calcul littéral qui prouve. **Compétences :** calculer, raisonner, communiquer.

Matériel. Quatre cartes issues de TD 3.3 (f, i, h, j) ; TD 3.6 ; affiche du photographe ; ardoises ; grille « indices / verdict / raison » pour les élèves qui en ont besoin.

Phase 1 (0–6) : Retour borné sur le va-et-vient de S6

Corriger seulement deux lignes contrastées de 3.5 : $(x + 30)^2 = x^2 + 60x + 900$ et $x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$. Faire nommer le sens du travail. Dans les deux cas, le redéveloppement établit l'égalité pour tout x ; une substitution n'en contrôlerait qu'une valeur.

Q1. « Si les deux écritures donnent la même valeur pour $x = 0$, l'identité est-elle prouvée ? », Attendu : non. Un accord ponctuel ne prouve rien de général ; une chaîne d'égalités ou un redéveloppement est nécessaire. Un désaccord, en revanche, suffirait à réfuter.

Phase 2 (6–9) : Dévolution du même problème sur quatre cartes

Afficher sans commentaire : A $64 - 80x + 25x^2$; B $16x^2 - 144$; C $x^2 - 13$; D $x^2 + 81$. Écrire le Kadai : « Quel verdict exact peut-on justifier pour chaque carte, et sur quels indices ? Lorsque plusieurs routes existent, comment les comparer ? » Interdire les verdicts nus « possible / impossible » : chaque groupe doit fournir une raison et préciser le cadre de sa réponse.

Phase 3 (9–20) : Recherche individuelle, puis confrontation en binômes

Cinq minutes individuelles, puis six minutes en binômes. Chaque élève remplit quatre lignes : indices observés ; verdict ; première étape ; mode de justification. Ne pas donner $\sqrt{13}$ pendant la recherche. Si un groupe conclut trop vite « pas factorisable », relancer : « avec quels outils ? dans quel ensemble de nombres ? que savez-vous réellement prouver aujourd'hui ? »

Anticipation.

- A ✗ l'ordre empêche de voir le carré ; faire entourer $64 = 8^2$, $25x^2 = (5x)^2$ et compter $2 \times 8 \times 5x$;
- B ✓ deux produits différents sont proposés ; les conserver pour comparer exactitude et économie ;
- C ✗ « 13 n'est pas un carré, donc jamais » ; faire remplacer jamais par un verdict limité aux nombres disponibles ;
- D ✗ transformer abusivement le + en - ; demander quelle identité exacte est invoquée.

Phase 4 (20–34). Neriage : quatre productions répondant au même Kadai

Sélectionner une production par fonction et les garder simultanément visibles. Ordre prévu : reconnaissance malgré l'ordre (P1) ; comparaison de deux routes valides (P2) ; limite provisoire (P3) ; non-applicabilité des trois identités du chapitre (P4).

Q2. (P1) « L'ordre des trois termes change-t-il leur structure ? Où est le double produit ? », Attendu : $64 - 80x + 25x^2 = (8 - 5x)^2 = (5x - 8)^2$.

Q3. (P2) « Les deux produits sont-ils exacts ? Lequel fait apparaître plus tôt le facteur commun numérique ? », Attendu : $(4x + 12)(4x - 12)$ et $16(x + 3)(x - 3)$ sont égaux à l'expression ; la première est exacte mais pas terminée : l'étape 4 du modèle F3 fait encore mettre 4 en facteur dans chaque parenthèse ; extraire 16 d'abord y mène plus directement. Ne pas déclarer la première forme fausse.

Q4. (P3–P4) « Les deux blocages ont-ils le même statut ? », Attendu : C attend un nouvel objet numérique ; le professeur ajoute alors, marqué T, qu'au chapitre 02 $13 = (\sqrt{13})^2$. Pour D, le signe + ne correspond à aucune des trois identités : on laisse l'expression non factorisée dans ce chapitre. Ne pas demander en S7 la preuve de l'absence de facteurs réels du premier degré (elle viendra au bloc transversal, c) ii)).

Phase 5 (34–40) : Matome protégé sur les verdicts

Faire d'abord formuler les quatre lignes par les élèves, puis stabiliser : la structure ne dépend pas de l'ordre ; deux factorisations exactes peuvent être comparées sans invalider l'une ; « pas encore avec nos nombres » et « aucune identité du chapitre ne s'applique » sont deux conclusions distinctes. Conserver les quatre productions et leurs raisons.

Phase 6 (40–49). Louise : test de transfert logique

Lire la copie de Louise sur $E = 4x^2 - 4x + 1$, puis vote individuel. Développer $4x(x - 1)$: le $+1$ manque. Tester $x = 1$: $1 \neq 0$, donc la proposition est réfutée. Faire reconnaître $E = (2x - 1)^2$, puis redévelopper : cette dernière égalité vaut pour tout réel x .

Q5. « Le test en $x = 1$ prouve-t-il la bonne factorisation ? », Attendu : non. Il réfute seulement celle de Louise. Le redéveloppement de $(2x - 1)^2$ établit la bonne identité pour tout x .

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : Kadai et cartes

Kadai : Quel verdict exact peut-on justifier pour chacune des quatre cartes, et sur quels indices ? Lorsque plusieurs routes existent, comment les comparer ?

- A $64 - 80x + 25x^2$
- B $16x^2 - 144$
- C $x^2 - 13$
- D $x^2 + 81$

Indices : nombre de termes ; carrés ; signe ; double produit ; facteur commun.

CENTRE : P1–P4 comparées

P1 A = $(8 - 5x)^2$: ordre sans effet sur la structure.

P2 B = $(4x + 12)(4x - 12)$
= $16(x + 3)(x - 3)$: forme complète (F3, étape 4) ; extraire 16 d'abord est plus direct.

P3 C : pas encore avec les nombres disponibles.

T Ch. 02 : $13 = (\sqrt{13})^2$.

P4 D : aucune des trois identités du chapitre ne s'applique ; laisser non factorisée ici.

DROITE : transfert et matome

Louise : $E = 4x^2 - 4x + 1$ et $4x(x - 1)$.
 $x = 1$: $1 \neq 0 \Rightarrow$ proposition réfutée.
 $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$ pour tout x .

Matome : désaccord à une valeur $\Rightarrow$ faux ; accord à une valeur $\Rightarrow$ preuve ; redévelopper établit l'identité.

Phase 7 (49–53) : Trace courte, après la comparaison

📌 À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)

Pour factoriser, je précise toujours le cadre de mon verdict. L'ordre des termes ne change pas la structure. Deux factorisations différentes peuvent être exactes ; je compare alors leur efficacité. $x^2 - 13$ attend la racine carrée, tandis qu'aucune des trois identités du chapitre ne s'applique à $x^2 + 81$.

Une valeur qui donne deux résultats différents réfute une identité prétendue. Une valeur qui donne le même résultat ne prouve rien de général. Pour établir une factorisation pour tout x , je redéveloppe le produit et je retrouve l'expression de départ.

Phase 8 (53–55) : Sortie individuelle

Distribuer alternativement : $25x^2 - 81$ ou $x^2 + 16$. Exiger un verdict complet et sa raison. Attendus : $(5x + 9)(5x - 9)$; ou « aucune des trois identités du chapitre ne s'applique, donc je laisse l'expression non factorisée ici ».

Différenciation. Fragiles : grille préstructurée « indices / verdict / raison », sans demander d'anticiper $\sqrt{13}$. Rapides : écrire les deux routes complètes de B et prouver leur égalité par redéveloppement ; après le matome seulement, traiter 3.4 a). Parcours H, facultatif : 3.7 a) ; le groupement complet reste en banque.

Maison, charge plafonnée. Le bloc familles porte la prescription R complète : 3.3 a)–e), g), k), l), puis 3.4 a), b). Parcours M : relire la trace et la copie de Louise ; faire les Gammes S7 ; traiter seulement 3.3 a), c), g), l), puis 3.4 a), et s'arrêter avant les autres items. Parcours H, facultatif : ajouter 3.7 a). Les items 3.4 c)–d), le reste de 3.7 et 5.7 restent dans la banque ; ils ne sont pas dus.

Fin de semaine 2 : week-end léger. Le Brevet 3 attend le choix de forme (modèle V1, question c), vu en classe en S10) et le corrigé du TD pour se corriger (distribué en S9) : il est placé en fin de semaine 3 (fiche S11). Ce week-end, la variante légère ci-dessous remplace les lignes « Gammes du soir » et « Faire » du bloc ordinaire : trente minutes de reprise/carnet si une erreur est désignée, sinon repos. 5.7 n'est pas ajouté à ce week-end.

Interro flash de la semaine suivante. La structure de 3.4 a), travaillée par tous, peut être reprise avec des données changées ; usage formatif par défaut, avec critères et possibilité de reprise si une note est annoncée.

Lire : la trace du jour et la copie de Louise.

Gammes du soir : bloc « Soir de S7 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Faire : 3.3 a) à e), g), k), l), puis 3.4 a) et b).

Facultatif : 3.7 a), « Factoriser par groupement » : à terminer si commencé en classe, à découvrir sinon.

Le week-end est léger : la consigne de fin de semaine remplace les gammes et les exercices.

Variante week-end léger (à coller à la place des lignes « Gammes du soir » et « Faire »).

Lire : la trace du jour et la copie de Louise.

Retravailler : une erreur déjà repérée dans le carnet, si le professeur la désigne.

Aucun autre travail n'est ajouté.

Si retard. Réduire le retour initial à trois minutes et Louise à sept minutes, mais conserver la recherche, P1-P4, le matome et la distinction réfuter/prouver. Aucun exercice 3.4 supplémentaire n'est basculé automatiquement au devoir.

Réussite si... l'élève factorise $25x^2 - 81$, formule pour $x^2 + 16$ un verdict limité aux identités du chapitre, et explique qu'un désaccord ponctuel réfute tandis que le redéveloppement prouve l'égalité générale.

Repère didactique : [S] Les quatre cartes organisent une variation contrôlée : même question de classement, indices déplacés et statuts de réponse contrastés ; c'est la variation conceptuelle, qui inclut explicitement la variation par non-exemples, c'est-à-dire les contre-exemples délimitant la portée d'un concept. [T] P1-P4 restent visibles ensemble afin que la discussion porte sur leurs relations et non sur quatre corrections successives. [D] L'écriture avec $\sqrt{13}$ est un apport T différé, pas une production exigée ; les formulations absolues sur la factorisation réelle sont évitées tant qu'elles ne peuvent pas être démontrées avec les outils des élèves.

S8 : De cas vérifiés à deux preuves générales (format B, 55 min)

Objectif élève. Distinguer cas vérifiés, conjecture et démonstration ; prouver que la somme de trois entiers consécutifs est le triple du nombre du milieu en comparant deux choix de lettre ; réfuter ensuite une variante universelle par un contre-exemple. **Compétences :** chercher, raisonner, communiquer.

Matériel. Cours partie 5 ; TD 5.3 c) et 5.4 ; tableur préparé avec une première colonne allant de -100 à 99 ; ardoises ; plan de circulation R1-Rk ; bande de sortie. Le corrigé complet du TD n'est pas distribué avant le travail d'Arthur préparé pour S9.

Phase 1 (0-6) : Payer la reprise annoncée de 5.3

Rouvrir seulement 5.3 c), traité par développement en S2. Dans une bande auxiliaire, faire chercher la seconde route :

$$P = (x + 1)^2 - x^2 = [(x + 1) + x][(x + 1) - x] = (2x + 1) \times 1 = 2x + 1.$$

Comparer les deux preuves : le développement est systématique ; la factorisation fait apparaître la somme et l'écart. Les deux chaînes valent pour tout réel x . Ce retour acquitte une dette de progression ; il ne devient pas un second Kadai.

Phase 2 (6-9) : Dévolution du Kadai

Écrire sans formule générale : « La somme de trois entiers consécutifs semble toujours être le triple du nombre du milieu. Comment le prouver pour tous les entiers sans pouvoir tous les tester ? » Faire préciser les deux quantités : trois entiers consécutifs et triple du milieu. Ne donner ni la lettre ni le choix du nombre qu'elle désigne.

Phase 3 (9-22) : Données, conjecture, puis recherche d'une preuve

De 9 à 15, calculer et inscrire trois cas volontairement contrastés :

$$(-8) + (-7) + (-6) = -21 = 3 \times (-7), \quad 7 + 8 + 9 = 24 = 3 \times 8,$$

$$199 + 200 + 201 = 600 = 3 \times 200.$$

Le tableur part de -100 et produit 200 trios. Faire distinguer exactement : chaque ligne affichée est vérifiée ; la proposition portant sur tous les entiers, ensemble infini, reste une conjecture.

De 15 à 22, recherche seul puis à deux. Consigne : « Choisissez une lettre pour l'un des trois nombres ; écrivez ce qu'elle représente ; rédigez une preuve complète avec une conclusion en "pour tout entier". » Pendant la circulation, coder R1–Rk et repérer en priorité une preuve nommant le premier entier et une preuve nommant le milieu.

Anticipation des fonctions.

P1.cas calculés et conjecture « trois fois le milieu » ;

P2.éventuelle conclusion induite à partir des seuls cas affichés ; si elle n'apparaît pas, T soumet la phrase « ces 200 cas suffisent » à la discussion, sans l'attribuer à un élève ;

P3.preuve depuis le premier entier : $n, n + 1, n + 2$, puis $3(n + 1)$;

P4.preuve depuis le milieu : $m - 1, m, m + 1$, puis $3m$.

Phase 4 (22–36). Neriage : comparer deux preuves complètes

Sélectionner des réponses réellement disponibles et les garder côte à côte. Si une représentation manque, demander publiquement : « et si la lettre désignait un autre nombre du trio ? » Toute construction ensuite menée par la classe est marquée T.

Q1. (P1) « Quelle phrase les calculs rendent-ils plausible ? Que prouvent-ils exactement ? », Attendu : ils prouvent chacun des trois cas ; ils suggèrent la conjecture universelle sans la démontrer.

Q2. (P2 ou T) « Quels entiers les 200 lignes couvrent-elles ? L'ensemble des entiers a-t-il une dernière ligne ? », Attendu : le domaine visé est infini ; une liste finie non exhaustive ne couvre pas "pour tout entier".

Q3. (P3) « Que représente n ? Pourquoi $n + 1$ est-il entier ? Où la divisibilité apparaît-elle ? », Attendu : $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$; $n + 1$ est entier, donc le résultat est 3 fois un entier. Si un élève conclut dès $3n + 3$ en indiquant que $3n$ et 3 sont deux multiples de 3 et que leur somme est encore un multiple de 3, sa preuve de la divisibilité par 3 est complète et doit être conservée : la factorisation n'est pas l'unique justification valide.

Q4. (P4) « Que représente m ? Quel lien avec n ? Quelle écriture montre le triple du milieu le plus directement ? », Attendu : $(m - 1) + m + (m + 1) = 3m$ et $m = n + 1$; les deux preuves sont la même structure repérée depuis deux nombres différents.

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : données et portée

Kadai : La somme de trois entiers consécutifs semble toujours être le triple du nombre du milieu. Comment le prouver pour tous les entiers sans pouvoir tous les tester ?

$$(-8) + (-7) + (-6) = -21 = 3 \times (-7)$$

$$7 + 8 + 9 = 24 = 3 \times 8$$

$$199 + 200 + 201 = 600 = 3 \times 200$$

Tableur : B2=A2+1, C2=A2+2, D2=A2+B2+C2.

200 cas sont vérifiés ; l'énoncé sur tous les entiers reste à prouver.

CENTRE : deux preuves reliées

R? ou T : « les 200 cas suffisent » : non, ils ne couvrent pas l'ensemble infini des entiers.

P3, premier entier n :

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1).$$

P4, milieu m :

$$(m - 1) + m + (m + 1) = 3m.$$

Dans les deux preuves : $m = n + 1$.

Le quotient par 3 est le nombre du milieu.

DROITE : matome et variation

Matome :

1. cas vérifiés → conjecture ;
2. entier quelconque et rôle de la lettre ;
3. chaîne justifiée et forme reconnue ;
4. conclusion « pour tout entier ».

Quatre consécutifs :

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 \text{ réfute « toujours multiple de 4 ».}$$

$$4n + 6 = 4(n + 1) + 2 \text{ précise le reste.}$$

Phase 5 (36–43) : Matome protégé et copie différée

Faire formuler les quatre étapes avant de donner la trace. Le Kadai, la portée du tableur, les deux choix de lettre et le lien $m = n + 1$ restent visibles pendant toute la copie.

📌 **À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)**

Dans un énoncé portant sur tous les entiers, des cas en nombre fini vérifient seulement ces cas et rendent une conjecture plausible. Pour démontrer ici : 1) on choisit un entier quelconque et on dit ce que la lettre représente ; 2) on traduit les nombres ; 3) on enchaîne des égalités justifiées et on reconnaît la forme obtenue ; 4) on conclut « pour tout entier ».

Ainsi, si n est le premier entier, $n + (n+1) + (n+2) = 3(n+1)$; si m est celui du milieu, $(m-1) + m + (m+1) = 3m$. Dans les deux cas, la somme vaut trois fois le nombre du milieu. Un contre-exemple suffit à réfuter une affirmation universelle.

Phase 6 (43–51). Variation : quatre entiers consécutifs

Faire traiter individuellement 5.4 f) : « La somme de quatre entiers consécutifs est-elle toujours un multiple de 4 ? »
Un seul cas, $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, suffit à réfuter l'affirmation universelle. Poursuivre néanmoins le calcul littéral pour obtenir l'information plus forte :

$$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 4n + 6 = 4(n + 1) + 2.$$

La somme laisse donc toujours un reste 2 dans la division par 4 ; elle est toujours paire. Distinguer le rôle du contre-exemple, suffisant pour réfuter, et celui de la formule, qui caractérise tous les cas.

Phase 7 (51–55). Sortie : transférer le choix du milieu

Sur demi-feuille : « Soit m un entier. Prouver en une ligne que la somme des cinq entiers consécutifs centrés en m est un multiple de 5. » Attendu :

$$(m - 2) + (m - 1) + m + (m + 1) + (m + 2) = 5m.$$

Exiger la phrase finale « donc, pour tout entier m ... » et le sens de m .

Différenciation. Fragiles : grille « ce que désigne la lettre / trois nombres / calcul / forme reconnue / conclusion », sans ligne algébrique fournie. Rapides : donner deux preuves de la variation à quatre entiers, puis expliquer ce que chacune établit de plus que le seul contre-exemple. Parcours H, facultatif : chercher le bloc « Modifier, créer, résoudre » qui suit 5.1 ; ne pas ouvrir 5.5.

Maison, charge plafonnée. Le bloc familles porte la prescription R complète : 5.1 a)–d), corrigé fermé, puis 5.2. Parcours M : relire la trace et les deux preuves de 5.4 ; faire les Gammes S8 ; traiter seulement 5.1 a)–d), corrigé fermé, puis s'arrêter avant 5.2. Parcours H, facultatif : chercher le bloc « Modifier, créer, résoudre » qui suit 5.1. Aucun sujet Brevet ne s'ajoute ce soir ; 5.5 reste fermé jusqu'au Kadaï de S9, et la lecture du cours p. 25–26 (modèles J1 et J2), qui en donnerait la méthode, attend le soir de S9. Le corrigé complet du TD reste fermé et sera distribué après la reprise d'Arthur en S9.

Lire : la trace du jour et les deux preuves de 5.4.

Gammes du soir : bloc « Soir de S8 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Faire : 5.1 a) à d), corrigé fermé, puis 5.2.

Facultatif : le bloc « Modifier, créer, résoudre » qui suit 5.1.

Le corrigé complet du TD sera distribué après la reprise de 5.1 ; aucun sujet Brevet ne s'ajoute.

Si retard. Réduire d'abord la reprise 5.3 à trois minutes, puis la variation à cinq minutes. Recherche, comparaison des deux choix de lettre, matome et sortie restent incompressibles. Arthur, le problem posing et la distribution du corrigé ne sont jamais ajoutés au créneau.

Réussite si... sur la sortie, l'élève nomme correctement les cinq entiers, obtient $5m$ et conclut pour tout entier ; il sait expliquer ce que les 200 lignes ont effectivement vérifié et relier les deux preuves centrales par $m = n + 1$.

Repère didactique : [S] Le même problème est proposé à tous, mais les choix du premier entier ou du milieu rendent possibles des constructions de sophistication différente et comparables publiquement : le professeur accepte et valorise un « large éventail de degrés de sophistication », les tâches ouvertes permettant à chacun de formuler sa propre stratégie. [T] Le neriage sélectionne, ordonne et connecte des réponses réellement disponibles ; il ne transforme pas une chaîne de phases en P1–P4. [M] Les données, les deux preuves et la relation entre variables demeurent simultanément visibles afin que le

tableau rende l'architecture de l'argument lisible. [L] La phrase sur les exemples est circonscrite à un énoncé universel sur l'ensemble infini des entiers : les cas testés sont bien établis, mais ils ne couvrent pas le domaine entier.

Réserve hors créneau. La « soustraction curieuse » $10a + b - (10b + a) = 9(a - b)$ et le problem posing de programmes sont deux leçons-problèmes possibles, chacune avec son propre Kadai, sa recherche, son neriage, son matome et son Bansho. Elles ne sont pas des activités supplémentaires à comprimer après 5.4.

S9 : Retour d'Arthur, preuves comparées et Brevet 5 (format B, 55 min)

Objectif élève. Démontrer un résultat de divisibilité ; comparer deux preuves générales sans confondre validité, longueur et lisibilité ; rédiger le Brevet 5 en conditions puis juger sa propre rédaction avec des critères explicites.

Compétences : chercher, raisonner, communiquer.

Matériel. Deux productions réelles et anonymisées de 5.1, choisies après ramassage rapide ; corrigé du TD gardé sous enveloppe jusqu'à la fin de la reprise ; affirmation de 5.5 projetée pendant que le TD reste fermé ; Brevet 5 ; groupes de 3 ; minuteur.

Phase 1 (0–10). Retour d'Arthur : essais, preuve et conclusion

Ramasser ou photographier rapidement 5.1, puis comparer deux productions réellement disponibles : idéalement une réponse fondée seulement sur $x = 2$ et $x = 3$, et une chaîne littérale. Si l'une manque, le professeur inscrit une proposition T sans fabriquer de copie d'élève. Faire corriger la preuve complète, puis seulement distribuer le corrigé du TD.

Q1. « Que prouvent exactement les deux essais ? Quelle ligne porte sur un nombre quelconque ? Où lit-on la conclusion universelle ? », But : réinvestir immédiatement le matome de S8. Attendu : les essais établissent deux cas ; si x désigne un nombre quelconque, développer puis réduire l'expression du programme et celle d'Arthur permet de les comparer pour toute valeur de x ; la conclusion doit nommer ce domaine.

Phase 2 (10–13). Dévolution de 5.5 : des essais à la question de preuve

Garder le TD fermé : son conseil annonce la méthode et annulerait le choix à observer. Projeter seulement l'affirmation d'Anabelle et les trois couples. Faire calculer 16, 32 et 48, puis écrire le Kadai : « Anabelle affirme que la différence des carrés de deux impairs consécutifs est toujours un multiple de 8. Comment le prouver, et que rend visible chaque méthode ? » Faire nommer la portée : les trois cas sont établis ; l'affirmation générale reste à démontrer.

Phase 3 (13–21). Recherche : seul, puis à trois

Quatre minutes seul, puis quatre minutes à trois. Demander une preuve rédigée avec une lettre définie, une chaîne d'égalités et une conclusion. Pendant la circulation, coder les réponses R1–Rk sans nom ni initiale ; repérer développement, mise en facteur du résultat et différence de carrés. Ne donner aucun indice avant d'avoir parcouru tous les groupes. Si aucune preuve générale n'apparaît après six minutes, faire ouvrir publiquement le conseil de 5.5, demander quelle identité porte précisément sur une différence de deux carrés, puis noter T toute construction issue de cette relance.

Phase 4 (21–34). Neriage : validité, économie et information rendue visible

Sélectionner et ordonner les productions réellement disponibles. P1–P4 désignent des fonctions de la discussion ; ils ne préjugent ni de quatre auteurs ni de quatre copies.

P1. Les essais 16, 32, 48 et la conjecture ; ils restent à gauche comme données.

P2. Le développement donne $8n + 8$. Cette forme permet déjà une preuve complète si l'élève écrit : $8n$ et 8 sont deux multiples de 8 ; leur somme est donc un multiple de 8.

P3. $8n + 8 = 8(n + 1)$, avec $n + 1$ entier : le quotient est explicite. Cette ligne améliore la lisibilité ; elle n'est pas l'unique justification valide.

P4. $[(2n + 3) + (2n + 1)] \times [(2n + 3) - (2n + 1)] = (4n + 4) \times 2 = 8(n + 1)$: même résultat, mais la somme et l'écart des deux impairs sont visibles.

Q2. « $8n + 8$ permet-il déjà de conclure, même si le 8 n'est pas encore écrit devant une parenthèse ? », But : ne pas disqualifier une preuve exacte. Attendu : oui, à condition d'invoquer la stabilité des multiples de 8 par addition ; sinon la chaîne reste sans conclusion. La mise en facteur fournit une seconde conclusion plus compacte.

Q3. « Que peut-on comparer entre deux preuves toutes deux valides ? », Attendu : leur nombre d'étapes, les connaissances mobilisées et l'information qu'elles rendent visible. La factorisation directe montre “somme $\times$ écart” ; le développement est plus automatique.

Phase 5 (34–39) : Matome protégé et copie

Faire formuler puis copier : les essais fondent une conjecture ; une preuve générale porte sur un entier quelconque ; la divisibilité peut être établie par la forme $8k$ avec k entier ou par une propriété déjà justifiée des multiples ; une

méthode plus courte ou plus éclairante ne rend pas l'autre fausse.

Phase 6 (39–49). Brevet 5 en conditions : dix minutes réellement silencieuses

Faire rédiger les trois questions, seul, sans calculatrice, avec minuteur visible. Le corrigé distribué après Arthur reste fermé et aucune réponse n'apparaît au tableau avant le signal. Cette phase évalue le transfert : deux impairs consécutifs sont encore $2n + 1$ et $2n + 3$, mais il faut cette fois étudier leur somme et traiter une affirmation fausse par contre-exemple.

Phase 7 (49–55) : Retour, auto-correction et grille

Après le signal seulement, faire ouvrir le corrigé. Écrire au tableau la forme centrale $4(n + 1)$ et le contre-exemple $1 + 5 = 6$. Chaque élève compare sa rédaction, entoure un critère acquis et en souligne un à reprendre ; recueillir un échantillon de copies pour vérifier ce que la grille rend effectivement visible.

Réponses éclair prof : a) $7 + 9 = 16 = 4 \times 4$, $15 + 17 = 32 = 4 \times 8$ b) Soit n un entier ; $(2n + 1) + (2n + 3) = 4(n + 1)$ et $n + 1$ est entier, donc la somme est un multiple de 4 pour tout entier n c) non : $1 + 5 = 6$ n'est pas multiple de 4. Pour aller plus loin, $(2n + 1) + (2p + 1) = 2(n + p + 1)$ montre seulement que la somme de deux impairs quelconques est paire.

Q4. « Le contrôle sur un exemple appartient-il à la preuve de b) ? », Attendu : non. Il peut servir de contrôle après le raisonnement, mais la preuve générale repose sur la lettre définie, les égalités, la forme reconnue et la conclusion. En c), le contre-exemple a un autre statut : il suffit à réfuter l'affirmation universelle.

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : retour d'Arthur, données et Kadai

Retour 5.1 :

$$5(-2x + 5) = -10x + 25 ;$$

$$(x - 5)^2 - x^2 = -10x + 25.$$

Les essais en 2 et 3 établissent deux cas ; les identités prouvent l'égalité pour tout réel x .

Kadai : Anabelle affirme que la différence des carrés de deux impairs consécutifs est toujours un multiple de 8. Comment le prouver, et que rend visible chaque méthode ?

Soit n un entier : deux impairs consécutifs s'écrivent $2n + 1$ et $2n + 3$.
 $5^2 - 3^2 = 16$, $9^2 - 7^2 = 32$, $13^2 - 11^2 = 48$: conjecture.

CENTRE : preuves comparées sur 5.5

P2, développer :

$$(2n + 3)^2 - (2n + 1)^2 = 8n + 8.$$

$8n$ et 8 sont multiples de 8 ; leur somme aussi.

P3, quotient explicite :

$$8n + 8 = 8(n + 1), \text{ avec } n + 1 \text{ entier.}$$

P4, factoriser d'abord :

$$[(2n + 3) + (2n + 1)]$$

$$\times [(2n + 3) - (2n + 1)]$$

$$= (4n + 4) \times 2 = 8(n + 1).$$

Même résultat ; somme et écart visibles.

DROITE : matome et grille Brevet

Matome :

1. les essais fondent une conjecture, pas la preuve générale ;

2. on peut montrer la divisibilité par une somme de multiples ou par $8 \times k$ avec k entier ;

3. une méthode est plus courte ou plus éclairante sans rendre l'autre fausse.

Grille Brevet :

- lettre et domaine ;
- traduction littérale ;
- égalités justifiées ;
- forme reconnue et entier obtenu ;
- conclusion quantifiée.

Contrôle numérique : utile après la preuve, jamais obligatoire pour la démontrer.

📌 À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)

Des essais peuvent fonder une conjecture ; une preuve générale choisit un entier quelconque et enchaîne des égalités valables quelle que soit sa valeur.

Pour montrer qu'un entier est divisible par 8, on peut l'écrire $8 \times k$ avec k entier ; on peut aussi établir qu'il est une somme de multiples de 8. La factorisation par $a^2 - b^2$ est ici plus courte et montre la somme et l'écart, sans rendre le développement faux.

Grille du Brevet : lettre et domaine • traduction littérale • égalités justifiées • forme reconnue et entier obtenu • conclusion quantifiée. Un contrôle numérique est facultatif après la preuve ; il ne la remplace pas.

Différenciation. Fragiles : après la recherche individuelle, faire compléter oralement « soit n un entier / les deux impairs sont / je calcule / donc » sans fournir la chaîne centrale. Si aucune route ne démarre après six minutes, ouvrir alors le conseil de 5.5 pour tous. Rapides : rédiger une seconde preuve, puis expliquer précisément ce que la factorisation montre de plus. 5.6 reste une réserve H hors séance, non une seconde recherche à compresser.

Maison, charge plafonnée et retour annoncé. Pour tous : lire le cours p. 25–26 (modèles J1 et J2, exemple des entiers pairs consécutifs), relire 5.5 et annoter sa copie du Brevet 5 avec la grille ; faire les Gammes S9 ; rédiger le Brevet 6, corrigé fermé, qui sera repris au début de S10. Parcours M : même travail avec arrêt au seuil de 35–40 minutes et trace jamais pénalisée. Parcours H, facultatif et au choix : chercher 5.6, ou rédiger le Brevet 2 (programme de calcul, plus court) : dans les deux cas, comparer seulement après rédaction avec le

corrigé désormais distribué. Aucun interdisciplinaire ni second défi ne se cumule ce soir.

Lire : cours p. 25 à 26, rédaction d'une démonstration et modèle J2 sur des entiers pairs consécutifs ; puis la démonstration de 5.5 et la copie du sujet Brevet 5.

Gammes du soir : bloc « Soir de S9 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Faire : le sujet Brevet 6 en entier, corrigé fermé.

Retravailler : entourer dans la grille un critère acquis et souligner celui qui reste à reprendre.

Facultatif : 5.6, « Divisible par 7 ».

Facultatif, au choix avec le précédent : le sujet Brevet 2, « Programme de calcul », plus court.

Le sujet Brevet 6 sera repris au début de la prochaine séance.

Si retard. Préserver Arthur, la recherche, au moins une preuve générale discutée, le matome et les dix minutes du Brevet. Réduire le neriage à deux routes effectivement disponibles et l'auto-correction finale à quatre minutes ; ne jamais réintroduire 5.6 dans le créneau.

Réussite si... la classe distingue ce que prouvent les trois essais de ce que prouve une chaîne générale ; une réponse terminée par $8n + 8$ est jugée sur sa conclusion logique et non rejetée mécaniquement ; l'échantillon du Brevet 5 permet d'identifier, pour chaque copie, le premier critère manquant.

Repère didactique : [S] Les élèves jugent une leçon « bonne » lorsque le professeur accomplit le cycle D–S–R : exposé collectif, travail individuel ou devoir, puis retour et rétroaction, avec, nommément, l'usage de travaux d'élèves ou de présentations de groupe pour donner un retour à un élève ou à la classe entière. Parmi les six fonctions du devoir reconnues par les élèves figure « s'auto-évaluer et apprendre de ses erreurs ». Ici, Arthur est réellement exploité avant la nouvelle recherche et le Brevet reçoit un retour immédiat. [M] Un même problème porte la comparaison : sélectionner, ordonner et connecter des réponses ne doit pas devenir une succession de solutions sans relation. [L] Le tableau conserve les outils, les preuves et leurs liens pour rendre visible l'organisation du raisonnement. [K] Laisser à l'élève le temps de découvrir lui-même la solution correcte plutôt que de désigner l'erreur, et ne pas reformuler à sa place une bonne idée.

S10 : Retour du Brevet 6, choix de forme et question-pont (format B, 55 min)

Objectif élève. Comparer des écritures équivalentes sans inventer une « meilleure forme » absolue ; choisir une écriture selon la valeur et le but ; distinguer une identité d'une équation ; séparer, dans $x^2 - 9 = 0$, les solutions vérifiées de l'exhaustivité encore à justifier ; construire un plan de révision ciblé. **Compétences :** calculer, raisonner, communiquer, s'auto-évaluer.

Matériel. Copies du Brevet 6 avec la trace initiale conservée, même si le corrigé a ensuite été consulté ; plan de classe pour coder R1–Rk ; série 4.1 ; TD 9.1 ; cours partie 1 ; **Mémo distribué aujourd'hui** ; QCM ; minuteur ; billet de sortie « ma reprise prioritaire ».

Phase 1 (0–15). Retour réel du Brevet 6 : trois formes, aucun vainqueur décrété

Écrire le Kadai : « Pour $I = (7x - 3)^2 - 25$, existe-t-il une forme toujours meilleure, ou le choix dépend-il de la valeur et du but ? » Il reste visible jusqu'au matome. Pendant les trois premières minutes, faire rouvrir le Brevet 6 et entourer la trace rédigée avant consultation du corrigé ; une annotation ultérieure reste visible dans une autre couleur. Ramasser ou photographier rapidement plusieurs réponses et coder R1–Rk sans nom ni initiale. Sélectionner des fonctions réellement disponibles ; si l'une manque, poser une question publique signée T, sans fabriquer de copie.

P1. La forme développée $49x^2 - 42x - 16$, obtenue par une chaîne complète ;

P2. La forme factorisée $(7x + 2)(7x - 8)$, avec le bloc $(7x - 3)$ reconnu ;

P3. Pour $x = 1$, comparaison argumentée des formes de départ, développée et factorisée ;

P4. Pour $x = \frac{3}{7}$, forme de départ $0^2 - 25$ et forme factorisée $5 \times (-5)$.

Q1. « Qu'est-ce qui établit que les trois écritures représentent le même nombre pour tout x ? », Attendu : les chaînes issues de $(a - b)^2$ et de $a^2 - b^2$; l'accord en une valeur ne prouve pas l'identité.

Q2. « Pour $x = 1$, peut-on attribuer sans critère le titre de forme “la plus rapide” ? », Attendu : non. La forme factorisée rend -1 visible ; la forme de départ utilise $4^2 - 25$; la développée donne deux soustractions. Une préférence doit annoncer ce qu'elle compte ou ce qu'elle veut rendre visible.

Q3. « Que montrent les deux calculs pour $x = \frac{3}{7}$? », Attendu : la forme de départ révèle le zéro intérieur ; la forme factorisée révèle deux facteurs opposés. Elles sont toutes deux directes. Il n'existe pas de meilleure forme indépendamment de la valeur et du but.

Phase 2 (15–19) : Matome du Brevet 6 et annotation de la copie

Faire formuler puis copier : des écritures équivalentes conservent la valeur de l'expression ; on choisit une forme selon le calcul demandé et l'information qu'elle rend visible (zéro, facteur 1 ou -1 , nombres simples, structure à prouver). Une forme plus commode dans un cas n'est pas « plus vraie » et n'est pas nécessairement meilleure dans un autre. Ouvrir ensuite le corrigé : chaque élève corrige une seule ligne prioritaire sans effacer sa trace initiale.

Phase 3 (19–26) : Refaire 4.1 à durée fixe, sans nouvelle fluence

Refaire la même série 4.1 qu'en S5 pendant cinq minutes exactement. Projeter ensuite seulement les réponses pendant deux minutes de correction personnelle. Relever $n(\geq 6/8)$ et $n(8/8)$, puis comparer aux indicateurs de S5 : la mesure porte sur l'exactitude à durée stable, pas sur un classement de vitesse. Ne pas ajouter les trois questions de fluence de l'ancienne version : elles prendraient le temps du retour réellement annoncé.

Phase 4 (26–35). 9.1 : analyser une justification, pas rejouer une découverte

Le corrigé complet étant disponible depuis S9, assumer ce fait et autoriser sa consultation. La tâche n'est pas de retrouver secrètement ses résultats, mais d'en contrôler la portée. Faire travailler trois minutes seul puis six minutes à deux sur la question : « Dans votre trace initiale et dans le corrigé, quelles phrases établissent que 3 et -3 sont solutions ? Quelle phrase justifie l'identité factorisée ? Où manque encore une justification si l'on veut affirmer que toutes les solutions ont été trouvées ? » Demander trois colonnes sur la feuille : vérifié / conjecturé / démontré ; chaque classement doit renvoyer à une égalité ou à une phrase précise.

Q4. « Que prouvent les substitutions $x = 3$ et $x = -3$? Que rend visible $(x + 3)(x - 3) = 0$? », Attendu : les deux valeurs sont bien solutions ; la factorisation rend visibles les deux facteurs susceptibles de s'annuler. Elle ne fournit pas, à elle seule et sans propriété supplémentaire, l'argument d'exhaustivité.

Phase 5 (35–46) : Comparer les statuts, puis institutionnaliser identité et équation

Sélectionner les formulations réellement disponibles et les placer dans trois colonnes. Sous vérifié : $3^2 - 9 = 0$ et $(-3)^2 - 9 = 0$. Sous démontré : l'identité $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$, valable pour tout réel x . Sous conjecturé : « si un produit vaut zéro, au moins un facteur est nul ». Conserver cette dernière phrase dans un cadre pointillé « à démontrer au chapitre 02 » ; ne pas l'effacer, mais ne pas l'énoncer comme théorème et ne pas utiliser la notation $\mathcal{S}$.

Q5. « Peut-on dire aujourd'hui que 3 et -3 sont des solutions ? Peut-on dire que la seule factorisation prouve qu'elles sont les seules ? », Attendu : oui pour la première phrase ; non pour la seconde tant que l'implication sur le produit nul n'est pas établie. Si une autre preuve rigoureuse de l'exhaustivité apparaît, la conserver et en vérifier chaque étape : la future propriété n'est pas la seule preuve possible, seulement l'outil général visé.

Q6. « Quel est le statut de la lettre dans $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et dans $x^2 - 9 = 0$? », Attendu : une identité affirme l'égalité pour toutes les valeurs d'un domaine ; une équation impose une condition sur une inconnue et résoudre consiste à déterminer toutes les valeurs du domaine qui la satisfont. Selon l'équation, l'ensemble des solutions peut être vide, contenir une ou plusieurs valeurs (éventuellement une infinité) ou coïncider avec le domaine entier. Faire copier le matome. La lecture guidée du cours sur les quatre usages du signe $=$ devient alors un savoir précis, non le slogan faux « une équation est vraie pour certaines valeurs seulement ».

Réserve H hors créneau. Brevet 9 et 9.2 restent dans la banque. Ils ne remplacent ni le retour du Brevet 6 ni la question-pont. Un élève qui les cherche après sa révision essentielle doit distinguer, là encore, valeurs vérifiées, identité de factorisation et preuve d'exhaustivité.

Phase 6 (46–55) : Annonce du contrôle et choix d'une reprise prioritaire

Distribuer le Mémo, présenter les cinq familles exigibles, puis laisser deux minutes silencieuses : chaque élève choisit une seule route de reprise A, B ou C et écrit l'item exact qu'il referra. Recueillir les billets avant la sortie ; « tout revoir » n'est pas un plan recevable.

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE. Brevet 6 : trois formes exactes

Kadai : Pour $I = (7x - 3)^2 - 25$, existe-t-il une forme toujours meilleure, ou le choix dépend-il de la valeur et du but ?

P1, développer :

$$I = 49x^2 - 42x - 16.$$

P2, factoriser :

$$I = (7x + 2)(7x - 8).$$

Les deux égalités sont établies par les identités ; un accord numérique seul ne les prouve pas.

CENTRE : choix de forme et question-pont

P3, $x = 1$:

$$\text{départ} = 4^2 - 25 = -9 ;$$

$$\text{développée} = 49 - 42 - 16 = -9 ;$$

$$\text{factorisée} = 9 \times (-1) = -9.$$

Préférence à justifier, sans vainqueur imposé.

P4, $x = \frac{3}{7}$:

$$\text{départ} = 0^2 - 25 = -25 ;$$

$$\text{factorisée} = 5 \times (-5) = -25.$$

Question-pont 9.1 :

Vérifié : 3 et -3 vérifient $x^2 - 9 = 0$;

Démontré : $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ pour tout réel x ;

À justifier : l'absence d'autre solution par cette seule route.

DROITE : statuts et révision ciblée

Matome.

Identité : égalité affirmée pour toutes les valeurs d'un domaine.

Équation : condition sur une inconnue ; résoudre, c'est déterminer toutes ses solutions.

Conjecture à démontrer au ch. 02 : si un produit vaut zéro, au moins un facteur est nul.

Révision :

Mémo actif + Gammes S10 + QCM, puis une seule reprise :

A calcul / B preuve / C choix de forme.

À COPIER DANS LE CAHIER (mot à mot)

Des écritures équivalentes ont la même valeur, mais elles ne rendent pas les mêmes informations visibles. On choisit une forme selon la valeur, le but et un critère annoncé ; aucune forme n'est toujours la meilleure.

Une identité est une égalité affirmée pour toutes les valeurs d'un domaine. Une équation est une condition sur une inconnue ; la résoudre consiste à déterminer toutes les valeurs du domaine qui la satisfont.

Pour $x^2 - 9 = 0$, 3 et -3 sont des solutions vérifiées. L'identité $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ est démontrée. L'exhaustivité par la forme produit utilisera au chapitre 02 une propriété qui n'est ici qu'une conjecture explicitement signalée.

Maison, 35–40 minutes au plus, sans cumul. Pour tous : 1. Mémo en rappel actif, huit à dix minutes ; 2. Gammes S10 puis QCM autocorrigé, douze à quinze minutes ; 3. UNE SEULE reprise choisie sur le billet de sortie, douze à quinze minutes. Route A (calcul) : reprendre uniquement les items ratés de 4.1 et deux questions flash correspondantes ; à défaut d'items ratés, le sujet Brevet 1 (questions flash de type brevet) ou le sujet Brevet

4 (calcul astucieux justifié), qui n'ont pas encore été donnés. Route B (preuve) : réécrire la question 5.4 d) avec la grille, puis comparer au modèle. Route C (formes) : corriger Brevet 6 c)–d) et expliquer en deux phrases ce que chaque forme rend visible. Parcours M : modèle autorisé et arrêt au seuil de 35–40 minutes, trace jamais pénalisée. Parcours H, facultatif et sans dette : proposer le sujet Brevet 8, « Le produit des deux voisins », transfert direct des preuves sur les entiers ; les sujets 7 et 9 restent en banque, annoncés mais non dus.

Lire : le Mémo, puis le QCM du cours p. 27.

Apprendre par cœur : les trois identités et la rédaction-type d'une démonstration.

Gammes du soir : bloc « Soir de S10 », réponses retournées à consulter après la recherche.

Retravailler : une seule route du billet de sortie, calcul avec les questions ratées de 4.1, ou à défaut avec le sujet Brevet 1 ou le sujet Brevet 4 ; démonstration avec 5.4 d) ; choix d'écriture avec le sujet Brevet 6 c) et d).

Facultatif : sujet Brevet 8, « Le produit des deux voisins ».

Contrôle à la prochaine séance, sans calculatrice, sur tout le chapitre.

Si retard. Supprimer d'abord la comparaison collective des deux indicateurs 4.1, puis réduire sa correction à l'affichage des réponses. Ne jamais supprimer le retour du Brevet 6, son matome, la distinction « solutions vérifiées / exhaustivité », la définition précise d'identité et d'équation, ni le choix personnel d'une reprise avant le contrôle.

Réussite si... une préférence de forme est accompagnée d'un critère ; la classe sait dire que 3 et -3 sont vérifiés sans attribuer à la seule factorisation une exhaustivité non démontrée ; chaque billet nomme une route A, B ou C et un item précis ; aucun élève n'a reçu Brevet 9 comme exigence commune.

Repère didactique : [R] Le cycle D–S–R (exposé, travail, retour et rétroaction) et l'usage de productions d'élèves pour la rétroaction exigent d'exploiter le Brevet 6 annoncé, non de l'abandonner au profit d'une nouvelle tâche : parmi les actions du professeur figure explicitement l'usage de travaux d'élèves ou de présentations de groupe pour donner un retour à un élève ou à la classe entière. [N] Ce qui est établi, c'est l'évaluation PENDANT l'instruction, portant sur le processus et non sur le seul résultat, par observation des discussions et des productions. L'auto-évaluation figure, elle, parmi les stratégies alternatives effectivement expérimentées. [B] Les réponses réellement disponibles sont sélectionnées, ordonnées et connectées ; une route manquante devient T, jamais une fausse copie. [M] Les trois formes, leurs critères et la frontière de preuve restent simultanément visibles. Brevet 9 reste donc H hors créneau ; 4.1 mesure l'exactitude à durée fixe, et la révision finale est ciblée plutôt que cumulative.

S11 : Contrôle (50 min sur un créneau de 55)

Passation. Sujet V3 en vigueur (5 exercices, 20 points, barème affiché : total vérifié = 20, aucune dépendance d'un exercice à un autre). Calculatrice non autorisée. Répartition exacte du créneau : 0–3 installation et lecture des consignes ; 3–53 passation individuelle, soit les 50 minutes annoncées ; 53–55 collecte. Consigne de départ unique : « lisez tout le sujet avant de commencer ; dans la démonstration, définissez précisément votre lettre avant de calculer ».

Pendant l'épreuve. Noter les questions qui bloquent massivement (matériau du retour) : surveiller Ex. 3 e (contre-exemple à $(3a + b)^2 = 9a^2 + b^2$, affirmation d'Amir) et Ex. 4 c (la démonstration) : ce sont les deux questions qui diagnostiquent le chapitre. Noter qui termine très tôt (candidats aux défis partie 8 pour la suite).

Correction des copies (grille d'analyse). Coder chaque erreur rencontrée : **N** nature / opposé / signe ; **D** développement (distributivité, identité, double produit, carré d'un produit) ; **F** factorisation (produit inexact, identité mal reconnue, facteur expressément demandé non mis en évidence) ; **P** preuve (lettre non définie, traduction littérale, quantificateur, exemples pris pour une preuve) ; **C** calcul malin (identité non exploitée ou calcul non justifié). Une factorisation exacte n'est jamais qualifiée de fausse au seul motif qu'un facteur plus grand pourrait être extrait. Le comptage par code sert à choisir la reprise ; il ne remplace pas la lecture du raisonnement.

Préparation matérielle du retour. Choisir après correction UNE trace réellement écrite dans les copies, assez riche pour qu'une réparation locale soit possible. La recopier fidèlement au tableau en supprimant tout nom, initiale, numéro de copie et détail reconnaissable. Si la première trace envisagée ne permet pas une discussion féconde, en choisir une autre parmi les copies : ne jamais fabriquer une production. Avant l'entrée des élèves, poser les copies face cachée ; elles ne sont ouvertes qu'à la neuvième minute.

Fin de semaine 3 : week-end sujet par alternance (Brevet 3). C'est le premier week-end où le choix de forme (modèle V1, question c) du sujet) a été vu en classe, en S10, et où le corrigé du TD, distribué en S9, est ouvert pour se corriger. Le Brevet 3 en conditions (corrigé fermé pendant la rédaction), puis dix minutes de correction avec le corrigé et de carnet d'erreurs, remplacent tout autre travail ; ils ne s'y cumulent pas. Dans le cas par défaut, le contrôle clôt la semaine : ce week-end suit donc le contrôle et précède le retour des copies ; le sujet sert de reprise du chapitre et de couture vers le chapitre 02 (la question c) lit un facteur nul), sans aucun travail du chapitre suivant. Si le calendrier place ce week-end entre S10 et S11, le Brevet 3 remplace la reprise A/B/C du soir de S10, dont il couvre les trois routes. Si le calendrier empêche exceptionnellement ce sujet, repos.

Variante week-end sujet (à coller à la place des lignes « Gammes du soir » et « Faire »).

Faire : le sujet Brevet 3 d'un seul tenant, corrigé fermé.

Retravailler : la copie avec le corrigé du TD, puis une erreur dans le carnet.

Le sujet remplace tout autre travail du week-end ; il ne s'y ajoute pas.

Retour de copies : 10 premières minutes de la séance suivante. 0–2 : deux élèves reformulent exactement ce qui est écrit, sans encore corriger (P1). 2–5 : recueillir les localisations ou diagnostics réellement proposés, en en conservant au plus deux pour la comparaison ; faire désigner la première égalité ou phrase non justifiée et le code correspondant (P2). 5–8 : construire la réparation minimale, puis choisir un contrôle adapté, redévelopper une factorisation, substituer une valeur pour chercher un désaccord, ou vérifier la portée d'une conclusion (P3). 8–9 : formuler une règle de prévention et la tester sur un exemple voisin construit à partir de l'erreur réelle (P4). 9–10 : les élèves ouvrent leur copie, entourent UNE priorité personnelle et notent son code. Annoncer les deux ou trois codes dominants. Une seule entrée du carnet d'erreurs, correspondant à cette priorité, est exigée pour la séance suivante ; elle sera vérifiée. **Couture ch. 02** : plus tard dans l'année, les automatismes sur le produit nul reprendront notamment $(x - 7)(x + 4) = 0$, dont la propriété générale n'était encore qu'une conjecture en S10.

Kadai du retour de copies (absent pendant l'épreuve). Pour le retour différé : quelle erreur réelle choisir, où se situe sa première rupture, et quelle règle permettra d'éviter qu'elle se reproduise ?

TABLEAU IDÉAL (état final) : à projeter ou à reproduire

GAUCHE : trace et diagnostics

Kadai : Pour le retour différé : quelle erreur réelle choisir, où se situe sa première rupture, et quelle règle permettra d'éviter qu'elle se reproduise ?

[trace réelle, recopiée fidèlement et totalement anonymisée]

P1 : « Que dit exactement cette trace ? »

P2 : « Où se trouve la première égalité ou phrase non justifiée ? »

Codes dominants du contrôle :

N ___ D ___ F ___ P ___ C ___

CENTRE : réparation et contrôle

P3 : « Quelle est la plus petite modification qui rend la ligne juste ? »

« Quel contrôle convient ici ? »

o redévelopper ; o substituer ;

o vérifier la portée de la conclusion.

Écrire le contrôle effectivement choisi et son résultat.

DROITE : prévention et priorité

P4 : « Dans quel problème voisin cette erreur pourrait-elle revenir ? »

Règle de prévention :

À l'ouverture de la copie :

mon code prioritaire : _____

la question entourée : _____

Pour la séance suivante : une seule entrée complète dans le carnet.

Flash de réactivation de la semaine suivante. Le contenu dépend des copies. Si **P** figure parmi les codes dominants, reprendre la structure de 5.4 avec une propriété et des données modifiées. Sinon, choisir un seul item bref relevant du code dominant réel N, D, F ou C. Ce flash remplace la fluence ordinaire de l'ouverture ; il ne s'y ajoute pas. Il est formatif par défaut. Toute notation éventuelle doit être annoncée en amont avec ses critères et une possibilité de reprise.

Gammes du soir : aucune le soir du contrôle.

Faire : aucun exercice écrit avant le retour de la copie.

Retravailler : après le retour, une seule question prioritaire dans le carnet d'erreurs avec l'énoncé, la réponse donnée, la correction et la cause de l'erreur.

La prochaine séance commencera par l'étude d'une erreur réelle anonymisée.

Repère didactique : [R] Plutôt que de désigner l'erreur, laisser à l'élève le temps de découvrir lui-même la solution correcte, et évaluer pendant l'instruction, en observant le processus plutôt que le seul résultat. [C] Le cycle D-S-R, l'usage de travaux d'élèves pour la rétroaction et « apprendre de ses erreurs » comme fonction reconnue du devoir vont dans le même sens. [B] Les productions sont sélectionnées, ordonnées et reliées à partir de ce que les élèves ont effectivement produit ; une route absente reste une intervention du professeur, jamais une fausse copie. [M] La séparation spatiale entre trace, diagnostics, réparation et règle permet de conserver le problème tout en rendant lisible l'évolution du raisonnement. D'où une clinique courte sur une copie réelle, suivie d'une seule priorité personnelle réalisable.

5. Rituels permanents (affichables)

1. Fluence chronométrée en ouverture : corrigée immédiatement lorsqu'il s'agit d'entraînement (2.1, 3.1, 4.1). Le diagnostic de S0 est d'abord ramassé ; le premier tri 1.1 est suivi d'un neriage.
2. « **Le photographe** » avant toute factorisation : combien de termes ? les extrêmes sont-ils des carrés ? le milieu est-il le double produit ?
3. « **Quel contrôle, quelle conclusion ?** » : je redéveloppe pour établir une identité ; je peux substituer une valeur pour chercher un désaccord. Désaccord $\Rightarrow$ faux ; accord ponctuel $\nRightarrow$ preuve.
4. « **Qui a fait autrement ?** » après toute résolution (développer ou factoriser ? preuve géométrique ou algébrique ?).
5. « **Qu'est-ce qui change ? Qu'est-ce qui ne change jamais ?** » après toute famille (2.3, 3.3...).
6. Un *contre-exemple chiffré* suffit à réfuter ; aucun nombre d'exemples ne suffit à prouver : répété à chaque « faux » et à chaque démonstration.
7. Jamais « tu as compris ? » $\rightarrow$ « **comment le sais-tu ?** » / « pourquoi cette identité et pas une autre ? ».
8. Élève bloqué : relancer la MÊME question ouverte à un autre, puis faire reformuler le premier (pas d'entonnoir de micro-questions).
9. Le travail maison est TOUJOURS exploité : jamais de devoir sans retour.
10. Le tableau raconte la séance : rien ne s'efface avant la synthèse (seule la zone brouillon), et les élèves copient à la fin.
11. **Tenue du travail maison** (reconduite du ch. 00, rien à réinstaller) : au plus un flash de réactivation par semaine (5 min, un exercice maison utilisé comme structure de référence, avec des données éventuellement changées, formatif par défaut ; toute notation éventuelle est annoncée en amont selon l'objectif, avec critères et possibilité de reprise, désigné à l'avance dans la fiche de fin de semaine) + 3-5 cahiers d'exercices observés à chaque séance en rotation, on y regarde la trace de recherche, jamais la propreté.

12. **Kadai affiché (kit K1)** : à chaque séance-sommet, écrire au tableau (zone gauche, encadré) la question du jour générique, le matome devra y répondre. Voir les tableaux idéaux S1, S3, S5, S8.
13. **Matome co-construit (kit K2, 3 min aux sommets)** : avant de copier la trace, (1) relire le kadai ; (2) deux élèves proposent une phrase-réponse, la classe amende, le professeur l'écrit zone droite avec les mots des élèves ; (3) confronter au poly (« qu'a la définition du poly de plus précis que la nôtre ? »), puis copier la trace officielle inchangée. La trace finale ne change pas ; seule sa genèse change.
14. **Recensement à main levée (kit K4)** : après chaque méthode présentée, « qui a utilisé cette méthode ? levez la main » : valide les non-présentés, photographie la classe, et légitime la relance « y a-t-il plus rapide, plus sûr ? ».

6. Script de remédiation : les 6 erreurs majeures du chapitre

Réponses focalisantes prêtes à l'emploi (jamais la correction directe : une question qui renvoie l'élève à un contrôle qu'il peut faire seul).

L'élève écrit / dit...	Le professeur répond...
$(a+b)^2 = a^2 + b^2$ (l'erreur reine)	« Prends $a = 3$, $b = 4$: calcule $(3+4)^2$, puis $3^2 + 4^2$. Mêmes nombres ? Alors combien manque-t-il, et où est-il sur le dessin du carré ? »
$(2x)^2 = 2x^2$	« Écris $(2x)^2 = 2x \times 2x$. Combien de 2 ? combien de x ? Le carré porte sur tout le facteur. »
$-(5-4x) = -5-4x$	« L'opposé change le signe de chaque terme. Réécris $-(5-4x)$ comme $-1 \times (5-4x)$ et distribue. »
factorise $x^2 - 64$ en $(x-8)^2$	« Redéveloppe $(x-8)^2$: combien de termes obtiens-tu ? Et $x^2 - 64$, combien en a-t-il ? Deux termes $\rightarrow a^2 - b^2$; trois termes $\rightarrow$ carré. »
écrit $4x^2 - 4x + 1 = 4x(x-1)$	« Redéveloppe ta réponse. Retrouves-tu le $+1$? Teste $x = 1$ dans les deux : mêmes valeurs ? » (la copie de Louise)
« j'ai vérifié sur trois exemples, donc c'est vrai »	« Trois exemples testent trois cas. L'affirmation parle de tous les entiers. Le tableur peut-il tous les tester ? Que faut-il à la place d'un nombre ? »

7. Vocabulaire exigé à l'oral (au fil des séances)

- terme / facteur
- somme / produit (nature)
- développer / factoriser
- réduire
- identité (vraie pour toutes les valeurs)
- double produit ($2ab$)
- carré parfait
- opposé d'une expression
- facteur commun
- conjecture / contre-exemple
- démontrer / « pour tout n »
- pair / impair / consécutifs

Règle : à partir de la séance où un mot est institutionnalisé, une réponse d'élève qui l'évite (« le petit nombre du milieu ») est reformulée par l'élève lui-même avec le mot exact. Le mot identité, institutionnalisé en S3 puis réinvesti en S4, est capital : c'est lui qui distingue « pour tous a, b , $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ » (faux : un contre-exemple suffit) de « il existe $a, b...$ » (2.4 g, vrai pour $b = 0$).

8. Suivi et évaluation formative en continu

- **Flashs de sortie** (ardoise, S1/S3/S4/S7) : le taux de réussite décide de l'ouverture de la séance suivante, sous 70 %, la fluence suivante reprend l'item raté ; au-dessus, on avance.
- **Les votes de S4** sur 2.4 b, f et g : comparer les distributions et surtout la nature des justifications avant et après discussion. Si la distinction carré d'une différence / différence de carrés ou « pour tous » / « il existe » reste instable, la trace ne suffit pas : reprogrammer un flash en S5.
- **Microtests du cours** (auto-tests, réponses fournies) : ceux de la partie 1 (trois encadrés de questions flash) restent des auto-tests disponibles et ne sont pas ajoutés au devoir de S0 ; la partie 2 devient disponible après S1 ; la partie 3 seulement après S4 ; la partie 4 après S6. En S10, le QCM est commun ; un microtest n'est repris que s'il correspond à la route personnelle A, B ou C, jamais comme seconde liste cumulative. En début de séance suivante, « qui a compris son erreur ? » : pas de note.
- **Le calcul malin à durée fixe** (4.1) : relever en S5 le nombre d'élèves avec au moins 6 réponses correctes sur 8, puis 8 sur 8 ; refaire la même série pendant les mêmes cinq minutes en S10. L'objectif est la progression visible de l'exactitude, pas un classement de vitesse.
- **Grille de participation** : viser qu'à la fin du chapitre, chaque élève soit passé au tableau au moins une fois (drill, preuve d'aire, vote ou démonstration), cocher au fil de l'eau.

- **Après le contrôle** : les codes d'erreurs (N/D/F/P/C, fiche S11) donnent le contenu exact des fluences des 3 premières séances du chapitre suivant (Thalès direct), en reprise espacée ; la couture avec le ch. 02 est directe (ses automatismes rouvrent $(x - 7)(x + 4) = 0$).

9. Pilotage : marges, priorités, imprévus

Incompressible (ne jamais couper). La recherche, le neriage, une preuve d'aire, la preuve algébrique et le matome de S3 • en S4, P1, P3, les deux chaînes P4 et le matome, puis le contraste logique f)–g) • en S5, P1, P2 ou T, P3, le transfert P4 et le matome « valide / efficace » • en S7, la recherche commune sur les quatre cartes, P1–P4, le matome et la distinction réfutation / preuve dans 3.6 • en S8, la recherche, les deux choix de lettre reliés par $m = n + 1$, le matome et la sortie • en S9, Arthur, 5.5, le matome et les dix minutes du Brevet 5 • en S10, le retour du Brevet 6, son matome de choix de forme, la frontière « vérifié / conjecturé / démontré », les définitions d'identité et d'équation et le plan de révision ciblé.

Tempo des recherches. La durée de recherche se dimensionne à la taille de la question, pas au gabarit de la leçon : en S8, six minutes de données et de formulation précèdent sept minutes de preuve seul puis à deux ; une recherche de représentations et de preuves, comme S3, exige davantage ; huit minutes seul puis à trois conviennent à 5.5 en S9. L'exercice 5.6 reste hors créneau. Une recherche trop longue sur une question courte produit du flottement, pas de la réflexion. Le temps dégagé protège d'abord le neriage et le matome, puis l'entraînement ciblé.

Variables d'ajustement (dans l'ordre de sacrifice). 1.4 ($\rightarrow$ maison parcours R) • P2 et les applications 2.2 de S4 ($\rightarrow$ parcours différencié, sans envoi d'une notion non expliquée) • 3.4 c–d ($\rightarrow$ voie rapide) • la reprise 5.3 de S8 ramenée à trois minutes, puis la variation à quatre entiers ramenée à cinq minutes ; les deux choix de lettre de 5.4 restent ensemble • 4.4 a ($\rightarrow$ prolongement autonome d'un exercice R ; b, c et d sont conduits en classe à S5 : b et c sont les cartes A et B, d est le transfert) • toute la banque H et interdisciplinaire (c'est une banque, pas un dû). Rappel de la règle d'ambition : on coupe dans le drill, jamais dans le sommet.

Si le chapitre déborde (rentrée hachée, événements...) : fusionner S6 et S7 en gardant le photographe, la famille centrale de S6, les quatre cartes classées de S7 et Louise ; 3.4 reste un entraînement borné au devoir. Ne jamais sacrifier S3 ni S8.

Si une classe est en avance : ouvrir la banque « Pour aller plus loin » (partie 8 du TD : 8.1 $\rightarrow$ 8.6) en fond de classe autonome dès S5 ; 8.1, 8.2, 8.4 et 8.6 sont autoporteurs ; 8.3 (expression conjuguée) est une récompense de présentation au tableau. L'exercice 4.6 (« périmètre fixé, aire maximale ») complète la même banque du côté du calcul malin.

Élèves en difficulté repérés en S0 (items 1, 2, 3, 8) : parcours M intégral + 1.1 + 2.4 (les deux exercices « conceptuels » leur sont accessibles : ils ne demandent pas de virtuosité) ; les voir sur les créneaux d'aide avec le Mémo comme support unique ; les interroger en priorité sur les drills (pas sur les démonstrations).

Temps de copie de la trace : mesure, pas arbitrage. La phase de matome contient deux choses : faire FORMULER la synthèse, puis la faire COPIER. Les traces de ce guide ont été mesurées caractère par caractère et converties à **70 caractères par minute**, cadence prudente pour une copie manuscrite soignée de 3^e. Le tableau ci-dessous met ces durées en regard de la minute allouée par la fiche (identique à la chronologie de la fiche Bansho de la même séance). Il n'autorise PAS à raccourcir la trace : il indique où le professeur doit soit dicter, soit photocopier, soit dégager du temps en amont.

Séance	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Caractères de la trace	491	570	561	457	354	500	457	554	597	618	650
Copie estimée (min)	7	8	8	6,5	5	7	6,5	8	8,5	9	9
Phase allouée (min)	6	6	8	9	8	6	5	4	7	5	4 + 11

Trois séances tiennent confortablement (S3, S4, et S2 tout juste). *S7 et S9 sont les deux points durs* : la copie y demande environ le double du temps prévu, parce que la phase sert aussi à autre chose (Louise en S7, le Brevet 5 en S9). *S1, S5, S6, S8 et S0* manquent de une à deux minutes. Trois sorties possibles, à trancher par le professeur et non ici : (1) dicter la trace pendant que le tableau reste affiché ; (2) photocopier les traces les plus longues (S7, S9) et ne faire copier que la formulation produite par la classe ; (3) reporter la copie sur le début de la séance suivante, ce que la règle « rien ne s'efface avant la photographie » rend possible puisque le tableau est photographié. Le déficit est ici documenté, pas résolu : les minutes des phases sont l'ossature commune du guide et des douze fiches Bansho, et ne sont pas modifiées.

Absents à un contrôle ou à une séance-clé. Le Mémo + microtests + QCM couvrent le rattrapage autonome ; pour S3 manquée, faire reconstruire par un pair la chaîne « données $\rightarrow$ conjecture $\rightarrow$ découpage $\rightarrow$ preuve algébrique », puis refaire la sortie ; pour S8, faire refaire 5.4 avec la rédaction-type sous les yeux.

10. Ce que ce guide suppose en place

Cours, TD et corrigés version courante (activité « carré qui s'agrandit », vote 2.4, pièges 3.3, démonstration 5.4, question-pont 9.1 présents) • feuille de route de la version prof du TD (socle surligné, consignes aux points chauds) • contrôle V3 audité (barème sommé = 20) • audit des durées (`audit_difficulte_parcours.md`) • modèle didactique 3^e (formats A/B, section 7, doctrine du travail maison partie 9) • Charte du travail à la maison (racine du corpus, distribuée et signée à S0 du ch. 00) • fiche « **Gammes du soir** » du chapitre (`GammesDuSoir.pdf`, photocopiée pour S0) • Plan de travail du chapitre.

Garde-fou à ne jamais perdre de vue : « aucune virtuosité calculatoire n'est attendue ». Ce guide met en scène des pièges et construit des preuves : il n'allonge jamais les expressions pour « faire dur ».