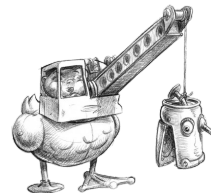


Contrôle — Calcul littéral : identités remarquables (3^e)

Durée : 50 min

Calculatrice non autorisée. Pour une démonstration, définir précisément la lettre choisie, puis organiser le raisonnement avec « Soit... / Or... / Donc... ». Toute factorisation ou tout développement doit être vérifiable : les étapes comptent. Barème sur 20 points.



Exercice 1 : Nature, opposé et calcul astucieux

(4 pts)

- a) L'expression $(7x - 12)^2$ est-elle une somme ou un produit ? Et l'expression $15x - 2(5x + 8)$? Justifier en une phrase (le dernier calcul effectué). (1 pt)
- b) Donner l'opposé de l'expression $13 - 5x$. (0,5 pt)
- c) Sans poser de multiplication, calculer 208^2 en indiquant l'identité remarquable utilisée. (1 pt)
- d) Sans poser de multiplication, calculer $171^2 - 71^2$ en une seule multiplication, en indiquant l'identité remarquable utilisée. (1 pt)
- e) Sans poser de multiplication, calculer 27×499 en indiquant la propriété utilisée. (0,5 pt)

Exercice 2 : Développer et réduire

(3,5 pts)

- a) $A = (4x - 15)^2$ (1 pt)
- b) $B = (6x + 11)(6x - 11)$ (1 pt)
- c) $C = 5x(6x + 7) - (7x - 1)(4x + 9)$ (1,5 pt)

Exercice 3 : Factoriser et contrôler

(4 pts)

- a) Factoriser en mettant en évidence le plus grand facteur commun : $D = 72x^2 + 56x$. (0,5 pt)
- b) Factoriser : $E = 25x^2 - 196$. (1 pt)
- c) Factoriser, puis réduire le second facteur : $F = (7x - 5)(6x + 1) - (7x - 5)(3x - 13)$. (1 pt)
- d) Pour factoriser $G = 121x^2 + 198x + 81$, Sacha propose l'écriture $11x(11x + 18)$. Montrer à l'aide d'un contre-exemple chiffré que cette factorisation est fautive, puis factoriser correctement G . (1,5 pt)

Exercice 4 : Démonstration, deux entiers à écart fixé

(4 pts)

On s'intéresse à deux nombres entiers qui ont 17 d'écart, comme 1 et 18 (car $18 - 1 = 17$), et à la différence de leurs carrés, en commençant par le plus grand : ici $18^2 - 1^2$.

- a) Calculer $18^2 - 1^2$, puis vérifier que le résultat est un multiple de 17. Faire de même avec un autre couple d'entiers ayant 17 d'écart, de votre choix. (1 pt)
- b) On voudrait affirmer : « la différence des carrés de deux nombres entiers qui ont 17 d'écart est toujours un multiple de 17 ». Expliquer en une phrase pourquoi les exemples de la question a), même nombreux, ne suffisent pas à le prouver. (0,5 pt)
- c) Démontrer cette affirmation. On choisira une lettre pour désigner le plus petit des deux entiers, en précisant ce qu'elle représente, puis on rédigera avec « Soit... / Or... / Donc... ». (2 pts)
- d) Cette différence est-elle toujours un multiple de 34 ? Justifier. (0,5 pt)

Exercice 5 : Aménagement d'une place carrée**(4,5 pts)**

Une place carrée $ABCD$ a pour côté $7x + 11$ mètres, où x désigne un nombre positif. En son centre, on installe un bassin carré $EFGH$ de 2 mètres de côté. Le reste de la place, grisé sur le schéma ci-contre, est recouvert de dalles. On note $\mathcal{A}$ l'aire, en mètres carrés, de cette surface dallée.

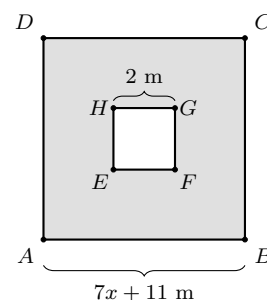


Figure non à l'échelle.

- a) Dans cette question seulement, on prend $x = 3$. Calculer le côté de la place $ABCD$, puis calculer sans poser de multiplication l'aire $\mathcal{A}$ de la surface dallée. (1 pt)
- b) Expliquer pourquoi, pour tout nombre positif x , on a $\mathcal{A} = (7x + 11)^2 - 4$, puis développer et réduire $\mathcal{A}$. (1,5 pt)
- c) Factoriser $\mathcal{A}$ en reconnaissant une différence de deux carrés. (1 pt)
- d) Dans cette question, on prend $x = 10$. Parmi les trois écritures de $\mathcal{A}$ (forme de départ, forme développée, forme factorisée), choisir celle qui permet le calcul le plus rapide, justifier ce choix en une phrase, puis calculer l'aire $\mathcal{A}$ sans poser d'opération. (1 pt)

Question bonus**(+1 pt bonus)**

Déterminer les entiers positifs k et p tels que, pour tout nombre x , $4x^2 + 52x + 175 = (2x + k)^2 + p$. En déduire la plus petite valeur que peut prendre l'expression $4x^2 + 52x + 175$, et la valeur de x pour laquelle elle est atteinte. Justifier chaque étape.

_____ FIN DU SUJET _____